

CÁLCULO AVANZADO- UCA
FINAL-03/07/2009 - TEMA 1

Apellido y Nombres:

Comisión:

Registro: _____

Ingeniería: _____

- 1 Sean $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^2 , W un sólido de \mathbb{R}^3 (región elemental) y S la superficie que lo limita.
a) Probar: $\operatorname{div}(f \nabla f) = \|\nabla f\|^2 + f \Delta f$
b) Demostrar que si f es armónica en W y si $f(x, y, z) = 0$ en cada punto de S entonces

$$\iiint_W \|\nabla f\|^2 dV = 0$$

- 2 a) Definir la integral de un campo vectorial sobre una superficie orientable (explicar también este concepto).
b) Enunciar y demostrar el teorema de Green.
- 3 Sea el campo vectorial $F(x, y, z) = (y \sin(z), xy, 2z + x \cos(y))$
a) Calcular el flujo de F a través de la superficie frontera del cuerpo definido por las inecuaciones:

$$x^2 + y \leq 4 \quad x^2 - y \leq 4 \quad 0 \leq z \leq 3$$

- b) Indicar otra forma de calcular la integral anterior.
En los dos puntos anteriores S debe tener la misma orientación, mostrar la que tomó.

- 4 Sean S la superficie del paraboloido: $z = x^2 + y^2$ con $0 \leq z \leq 4$ y la función

$$F(x, y, z) = (x^2 + y, 3xy, 2xz + z^2)$$

- a) Calcular $\iint_S \operatorname{rot}(F)$
b) Indicar otra forma de calcular la integral anterior.
En los dos puntos anteriores S debe tener la misma orientación, mostrar la que tomó.

- 5 Sea la función:

$$f(x, y) = 2x^2 + y^2 + \frac{1}{2x + y}$$

- a) Encontrar todos los puntos críticos de f y clasificarlos.
b) ¿Existen extremos absolutos?

Justificar todos los pasos utilizados