

CALCULO AVANZADO — UCA
Final — 19/07/2010 — TEMA 1

Apellido y Nombres:

Comisión:

Carrera:

Registro:

1. Sea $\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{-y}{(x-1)^2 + y^2}, \frac{x-1}{(x-1)^2 + y^2} \right)$.
 - a) Calcule la matriz jacobiana de \mathbf{F} .
 - b) Determine si el campo es conservativo o no.
2. Calcule la circulación del campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, y + z + \cos(y^2), z + x^2)$ a lo largo de la curva definida por la intersección de las superficies $x^2 + (y - 1)^2 = 4$, $y + z = 2$ orientada en el sentido $(0, -1, 3)$, $(-2, 1, 1)$, $(0, 3, -1)$.
3. Calcule el flujo del campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, y + z, 3z)$ a través de la superficie $x + y + z = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, orientada con vectores normales hacia abajo.
4. Hallar y clasificar todos los puntos críticos de $f(x, y) = x^3 + y^4 + 3x^2 - 2y^2$. La función, ¿alcanza extremos absolutos en su dominio?
5. Defina derivada direccional en el caso $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ y $\check{v} \in \mathbb{R}^2$ tal que $\|\check{v}\| = 1$. Suponga que f es una función para la cual existen las derivadas direccionales en cualquier dirección y que $\frac{\partial f}{\partial \check{v}}(\mathbf{x}_0) = a^2b$ si $\check{v} = (a, b)$, $\|\check{v}\| = 1$ y explique por qué f no puede ser diferenciable en \mathbf{x}_0 .
6. Sea $\mathbf{F}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un campo C^1 . Demuestre que si existe $\varphi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\nabla\varphi = \mathbf{F}$, entonces $\int_C \mathbf{F} \cdot ds = \varphi(B) - \varphi(A)$ para toda curva C que comienza en A y termina en B .
7. Enuncie el teorema de Gauss.

Justificar todos los pasos utilizados

Para aprobar hay que tener, por lo menos, 2 ejercicios BIEN de los primeros cuatro (1, 2, 3 y 4) y 2 BIEN de los tres últimos (5, 6 y 7).