

CÁLCULO AVANZADO- UCA
PARCIAL-01/07/2009 - TEMA 1

Apellido y Nombres: _____

Comisión: _____

Registro: _____

Ingeniería: _____

1 Dada la función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} + x & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

- a) En cada punto de \mathbb{R}^2 , determinar todas las direcciones en las cuales existan las derivadas direccionales.
b) ¿Cuál es la máxima derivada direccional en el punto $(0,0)$?

2 Dados: $f(x,y) = x^2 + y^2 + xy$ y $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 6 \wedge 0 \leq y \leq 6 - x\}$

- a) Encontrar todos los puntos que pueden ser posibles extremos de f en D .
b) Hallar los extremos absolutos de f en D .

3 Dada la siguiente integral iterada:

$$\int_0^1 \left[\int_{y^2}^1 y \sin(x^2) dx \right] dy$$

- a) Hallar el dominio de integración de la integral doble correspondiente.
b) Calcular la integral doble correspondiente.

4 Sea $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y + z^2 \leq 1 \wedge 0 \leq y\}$.

- a) Hallar la masa del cuerpo W si su densidad en cada punto es igual a la distancia al eje y .
b) Hallar las coordenadas del centro de masa del mismo cuerpo.

5 Dada la curva C , cuya ecuación en coordenadas polares es:

$$r = 1 + \sin(\varphi) \quad \text{con} \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

- a) Dar una parametrización de la curva C y mostrar que es cerrada.
b) Hallar el área de la región limitada por la curva C .

6 a) Dar las definiciones y enunciar los teoremas utilizados en el ejercicio 1.

b) Dar las definiciones y enunciar los teoremas utilizados en el ejercicio 2.

c) Dar las definiciones y enunciar los teoremas utilizados en el ejercicio 5.

Justificar todos los pasos utilizados

Para aprobar el examen debe hacer bien –al menos–

★ 6 incisos de los 5 primeros ejercicios

★ 1 inciso del ejercicio 6