

CÁLCULO AVANZADO- UCA
PARCIAL-13/06/2009 - TEMA 1

Apellido y Nombres: _____

Comisión: _____

Registro: _____

Ingeniería: _____

1 Dada la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) ¿En qué puntos del dominio es continua?
- b) ¿En qué puntos del dominio es diferenciable?
- c) Dar la ecuación del plano tangente en el punto (1, 1).

2 a) Hallar todos los puntos críticos de la función:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$$

- b) Clasificarlos

3 Dada la siguiente integral iterada,

$$\int_0^1 \left[\int_{y^2/2}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx \right] dy$$

- a) determinar su dominio de integración y la otra integral iterada
- b) calcular la integral doble con $f(x, y) = xy^2$.

4 Hallar el volumen de la región exterior al paraboloides $z = 2(x^2 + y^2)$ que está dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$ y arriba del plano $z = 0$

5 Dado el campo vectorial en \mathbb{R}^2 :

$$\vec{F}(x, y) = (x(\cos(x^2 + y^2) + \sin(x^2 + y^2)); y(\cos(x^2 + y^2) + \sin(x^2 + y^2)))$$

- a) Demostrar que es conservativo.
- b) Hallar la función potencial $U(x, y)$ que satisface $U(0, 0) = 3$.
- c) Calcular la integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, donde C es la curva dada por la parametrización

$$\vec{r}(t) = (\sqrt{t} \sin(t); \sqrt{t} \cos(t)) \quad \text{con } 0 \leq t \leq \pi$$

- 6 a) Enunciar el teorema de Green.
- b) Definir función diferenciable en un punto y plano tangente.
- c) Definir integral de línea (o curvilínea) de una función vectorial.

Justificar todos los pasos utilizados

Para aprobar el examen debe hacer bien –al menos–

★ 6 incisos de los 5 primeros ejercicios

★ 1 inciso del ejercicio 6