

CÁLCULO AVANZADO
SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2009
PRÁCTICA 7

1. Halle una parametrización de siguientes curvas.
 - a) La recta de \mathbb{R}^2 de ecuación $y = 5$ entre los puntos $(-1, 5)$ y $(7, 5)$.
 - b) La recta de \mathbb{R}^2 de ecuación $y = 2x + 1$ entre los puntos $(-1, -1)$ y $(2, 5)$.
 - c) C el arco de parábola de ecuación $y = x^2$ entre los puntos $(-1, 1)$ y $(2, 4)$.
 - d) C la circunferencia de radio 2 con centro en $(2, 1)$.
 - e) C la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ con $a, b > 0$.
 - f) C el segmento de \mathbb{R}^3 que une $(2, 3, -1)$ con $(3, 2, 1)$.
 - g) $C \subset \mathbb{R}^3$ la intersección de $y = x^2$ con $xy + z = 2$ en el primer octante.
 - h) C la intersección de $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ con $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
 - i) C la intersección de las superficies de ecuación $z = x - y^2$ e $y = x^2$, entre los puntos $(1, 1, 0)$ y $(-1, 1, -2)$.
 - j) C la intersección de las superficies de ecuación $z = 2y - x^2$, $x = y$ y $z \geq 0$ entre los puntos $(0, 0, 0)$ y $(1, 1, 1)$.
2. Calcular la longitud de cada una de las curvas del ejercicio anterior.
3. Calcule la longitud de la curva intersección de las superficies $z = x^2 - 4y^2$ e $x + 2y = 5$ entre los puntos $(1, 2, -15)$ y $(3, 1, 5)$.
4. Halle una parametrización en el plano xy de la curva descrita por la ecuación polar dada.
 - a) $r = 2$
 - b) $r \cos \theta = 1$
 - c) $r = 3 \operatorname{sen} \theta$
 - d) $r = \frac{1}{1 + 2 \operatorname{sen} \theta}$
5. Identifique la superficie con la ecuación vectorial dada.
 - a) $\mathbf{r}(u, v) = u \cos v \mathbf{i} + u \operatorname{sen} v \mathbf{j} + u^2 \mathbf{k}$
 - b) $\mathbf{r}(x, \theta) = (x, \cos \theta, \operatorname{sen} \theta)$
6. Encuentre una representación paramétrica para la superficie.
 - a) El plano que pasa por el punto $(1, 2, -3)$ y contiene los vectores $(1, 1, -1)$ y $(1, -1, 1)$.
 - b) La parte del paraboloides elíptico $y = 6 - 3x^2 - 2z^2$ que se encuentra a la derecha del plano xz

- c) La parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que se encuentra arriba del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
 d) La parte del plano $z = 5$ que se encuentra dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 16$

7. Encuentre una ecuación del plano tangente a la superficie paramétrica dada en el punto especificado. Si tiene acceso a algún software que trace gráficas de superficies paramétricas, utilice la computadora para trazar la gráfica de la superficie, las curvas coordenadas y el plano tangente.

- a) $x = u + v$, $y = 3u^2$, $z = u - v$, $(2, 3, 0)$
 b) $\mathbf{r}(u, v) = uv \mathbf{i} + ue^v \mathbf{j} + ve^u \mathbf{k}$, $(0, 0, 0)$

8. Parametrizar las siguientes superficies y graficarlas

- | | |
|--|---|
| a) $z = 3$, con $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ | b) $x + z = 2$, con $-2 \leq y \leq 3$, $x \geq 0$, $z \geq 0$ |
| c) $x + y + z = 1$, en el 1° octante | d) $x^2 + y^2 = 4$, con $y \geq 0$ y $-1 \leq z \leq 1$ |
| e) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, en el 1° octante | f) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, con $y \geq 0$ |
| g) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, con $z \leq 5$ | h) $z = y^2$, con $x^2 + y^2 \leq 1$ |
| i) $x^2 + z^2 = 3$, con $-1 \leq y \leq 1$ | j) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ |
| k) $z = x^2 + y^2$, con $z \leq 5$ | l) $y^2 + z^2 = 1$, con $-2 \leq x \leq 3$ |
| m) $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 1$ | n) $z = 5 - x^2$, con $z \geq 0$, $-1 \leq y \leq 1$ |

9. Calcular el área, cuando sea posible, de las superficies de los ejercicios 1 y 2.

10. Calcule el área de las siguientes superficies:

- a) S el trozo de cilindro $x^2 + y^2 = 4$ que verifica $-x \leq y \leq x$, $0 \leq z \leq 1$.
 b) La parte de la superficie $y = 4x + z^2$ que se encuentra entre los planos $x = 0$, $x = 1$, $z = 0$ y $z = 1$.
 c) S superficie frontera del cuerpo definido por $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$.
 d) El plano $x + 2y + z = 4$ que se encuentra dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$
 e) La parte de la superficie $z = x + y^2$ que se encuentra arriba del triángulo con vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$ y $(0, 1)$
 f) La parte del paraboloides hiperbólico $z = y^2 - x^2$ que se encuentra entre los cilindros $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$
 g) La parte de la superficie $y = 4x + z^2$ que se encuentra entre los planos $x = 0$, $x = 1$, $z = 0$ y $z = 1$
 h) La parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ que se encuentra dentro del cilindro $x^2 + y^2 = ax$
 i) La superficie con ecuaciones paramétricas $x = uv$, $y = u + v$, $z = u - v$, $u^2 + v^2 \leq 1$.