

**Ejercicio 6.2**

$$\begin{array}{rcll}
 X1 + X2 + X3 & \geq & 4 & \text{Producción mínima} \\
 X1 + 4X2 + 2X3 & \leq & 24 & \text{Mano de obra} \\
 X1 + 2X2 + 4X3 & \leq & 10 & \text{Materia prima}
 \end{array}$$

$$Z = 2X1 + 8X2 + 6X3 \quad \rightarrow \quad \text{MAX}$$

**Tabla inicial directa**

			2	8	6				
$C_j$	$X_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	U
-M	U	4	1	1	1	-1	0	0	1
0	X5	24	1	4	2	0	1	0	0
0	X6	10	1	2	4	0	0	1	0
Z = -4M			-M-2	-M-8	-M-6	M	0	0	0

**Tabla óptima directa**

			2	8	6			
$C_j$	$X_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
8	X2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
0	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2
0	X4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
Z = 40			2	0	10	0	0	4

**a) Rango de variación de C5.**

Reemplazo el coeficiente C5 en la tabla óptima directa

			2	8	6		$C_5$	
$C_j$	$X_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
8	X2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
$C_5$	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2
0	X4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
Z = 40			2	0	10	0	0	4

$$\begin{array}{lcl}
 \underline{A}_1: 8 \times 1/2 - C_5 - 2 & \geq & 0 \quad \Rightarrow \quad C_5 \leq 2 \\
 \underline{A}_3: 8 \times 2 - 6 C_5 - 6 & \geq & 0 \quad \Rightarrow \quad C_5 \leq 5/3 \\
 \underline{A}_6: 8 \times 1/2 - 2 C_5 & \geq & 0 \quad \Rightarrow \quad C_5 \leq 2
 \end{array}$$

$$C_5 \leq 5/3$$

**b) Utilidad unitaria mínima de P7.**

Dado que se trata de un nuevo producto, el análisis se realiza sobre la tabla directa

$$[A^{-1}] = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1/2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3/2 \\ -2 \\ 3/2 \end{vmatrix}$$

			2	8	6	C7			
C <sub>j</sub>	X <sub>j</sub>	B	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	A <sub>7</sub>
8	X2	5	0,5	1	2	0	0	0,5	1,5
0	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	-2
0	X4	1	-0,5	0	1	1	0	0,5	1,5
Z = 40			2	0	10	0	0	4	≥ 0

$$8 \times 3/2 + 0 \times (-2) + 0 \times 3/2 - C_7 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad C_7 \geq 12$$

**c) Gráficos: X2, Y2, Z en función de b<sub>3</sub>**

Analizo cuál es el rango de validez de la Tabla Optima Dual

			-4	24	b <sub>3</sub>				
C <sub>j</sub>	Y <sub>j</sub>	B	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	A <sub>5</sub>	A <sub>6</sub>	
b <sub>3</sub>	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0	
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0	
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1	
Z = 40			-1	-4	0	0	-5	0	

$$\begin{aligned} \underline{A}_1: (-1/2) b_3 + 4 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \geq 8 \\ \underline{A}_2: 2 b_3 - 24 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \leq 12 \\ \underline{A}_6: (-1/2) b_3 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \geq 0 \end{aligned}$$

$$8 \leq b_3 \leq 12$$

$$Z = 4 b_3$$

$$Y_2 = 0 \quad ; \quad (-1/2) b_3 = -X_2 \Rightarrow X_2 = 1/2 b_3$$

Tomo  $b_3=8$

$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$\theta$
8	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0	-
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0	4 →
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1	-
Z = 32			0*	-8	0	0	-4	0	

↑

$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
$b_3$	Y3	6	0	3	1	1	-1	0
-4	Y1	4	1	2	0	2	-1	0
0	Y6	14	0	8	0	2	-3	1
Z = 32			0	-8	0	0*	-4	0

$$\begin{aligned} \underline{A}_2: 3b_3 - 8 - 24 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \leq 32/3 \\ \underline{A}_4: b_3 - 8 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \leq 8 \\ \underline{A}_5: -b_3 + 4 &\leq 0 \Rightarrow b_3 \geq 4 \end{aligned}$$

$$4 \leq b_3 \leq 8$$

$$Z = 6 b_3 - 16$$

$$\boxed{Y_2 = 0} \quad ; \quad -b_3 + 4 = -X_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_2 = b_3 - 4}$$

Tomo  $b_3 = 12$

			-4	24	12					
$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	0	
12	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0	2	
0	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0	2	
0	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1	5/3	→
$Z = 48$			-2	0*	0	0	-6	0		

			-4	24	$b_3$				
$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	
$b_3$	Y3	2/3	-1/6	0	1	0	1/6	-1/3	
0	Y4	1/3	2/3	0	0	1	-1/6	-1/6	
24	Y2	5/3	-1/6	1	0	0	-1/3	1/6	
$Z = 48$			-2	0	0	0	-6	0*	

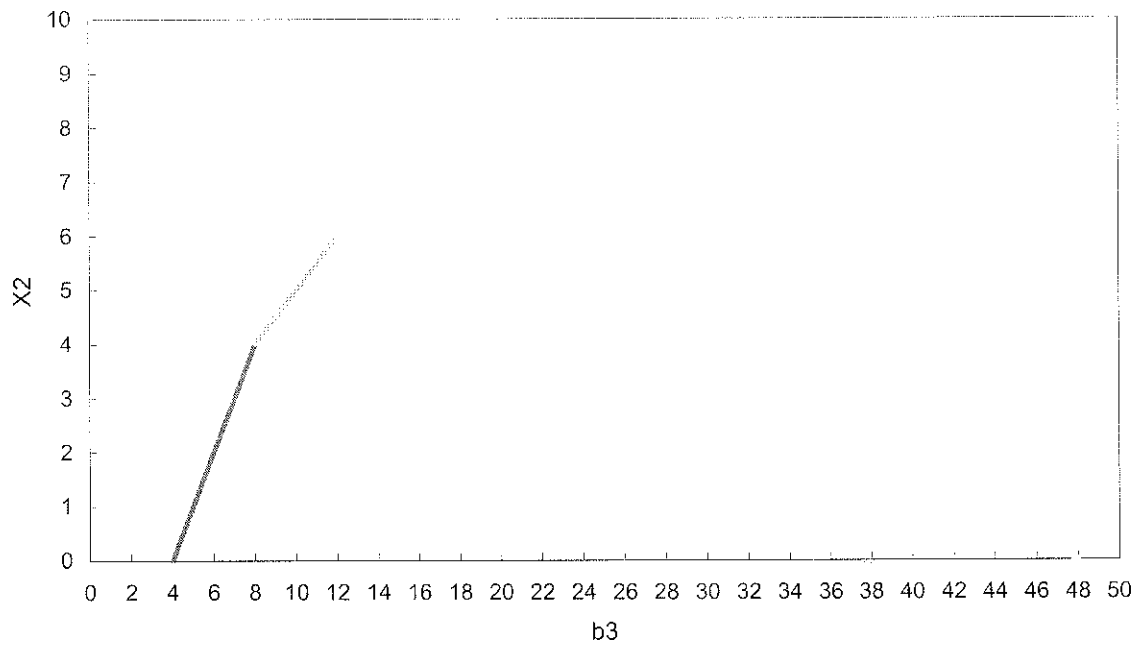
$$\begin{aligned} \underline{A_1}: (-1/6) b_3 - 4 &\leq 0 &\Rightarrow & \boxed{b_3 \geq 0} \\ \underline{A_5}: 1/6 b_3 - 8 &\leq 0 &\Rightarrow & \boxed{b_3 \leq 48} \\ \underline{A_6}: 4 - 1/3 b_3 &\leq 0 &\Rightarrow & \boxed{b_3 \geq 12} \end{aligned}$$

$$\boxed{12 \leq b_3 \leq 48}$$

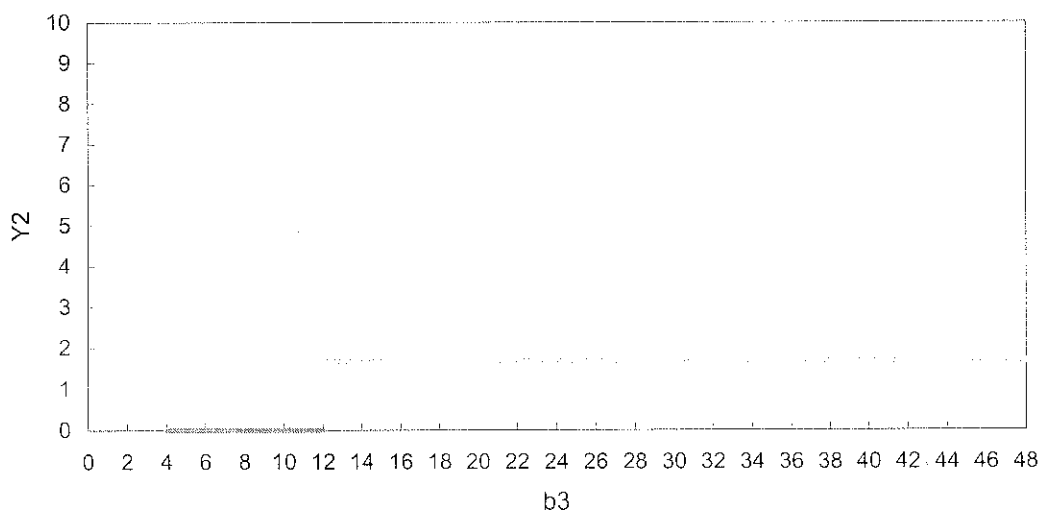
$$\boxed{Z = 40 + 2/3 b_3}$$

$$\boxed{Y_2 = 5/3} \quad ; \quad -8 + 1/6 b_3 = -X_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_2 = -1/6 b_3 + 8}$$

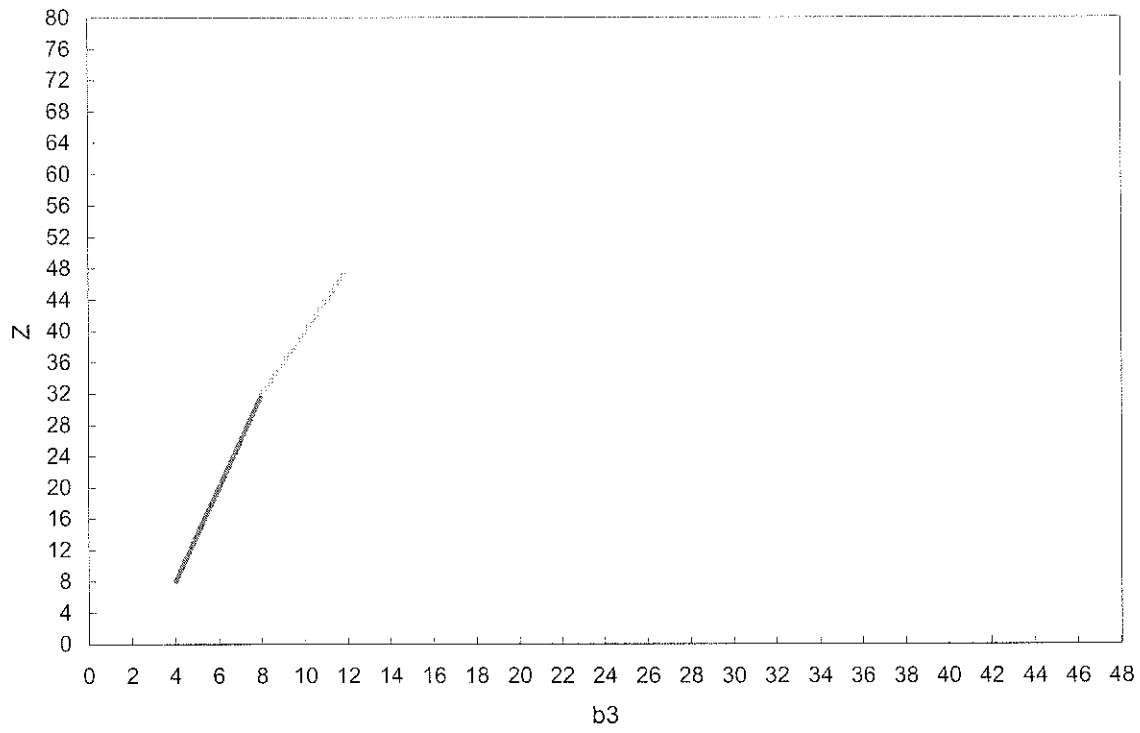
$$X_2 = f(b_3)$$



$$Y_2 = f(b_3)$$



$$Z = f(b_3)$$



**d) Incorporación de un nuevo proceso.**

Se analiza sobre las tablas duales. Multiplico la matriz  $[A^{-1}]$  por el vector con los nuevos coeficientes

**Tabla inicial dual**

			-4	24	10				M	M	M
$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$U_1$	$U_2$	$U_3$
-M	$U_1$	2	-1	1	1	-1	0	0	1	0	0
-M	$U_2$	8	-1	4	2	0	-1	0	0	1	0
-M	$U_3$	6	-1	2	4	0	0	-1	0	0	1
$Z = -16M$			$3M-4$	$-6M-24$	$-7M-10$	M	M	M	0	0	0

**Tabla óptima dual**

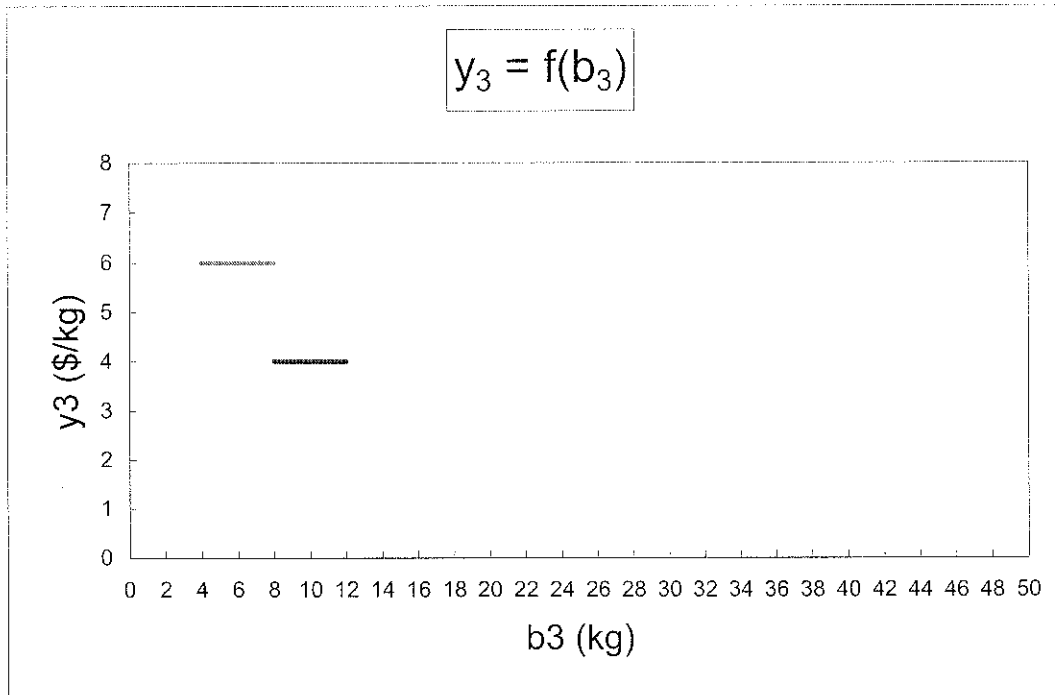
$C_j$	$Y_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
10	$Y_3$	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0
0	$Y_4$	2	1/2	1	0	1	-1/2	0
0	$Y_6$	10	-1	6	0	0	-2	1
$Z = 40$			-1	-4	0	0	-5	0

$$[A^{-1}] = \begin{vmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1 & 1/2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ x \\ \end{matrix} \begin{vmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$Z_j - C_j = 10 \times 1 - 0 \times (-3) + 1 \times 0 - 11 = -1$$

$$Z_j - C_j \leq 0 \Rightarrow \text{no altera la tabla óptima}$$

**e) Valor del recurso MP (4 kg por semana)**



**f) Curva de oferta del producto B para C2 entre 0 y 100**

Análisis del rango de validez de la tabla óptima directa según C2

			2	$C_2$	6			
$C_j$	$X_j$	<b>B</b>	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
$C_2$	<b>X2</b>	5	1/2	1	2	0	0	1/2
0	<b>X5</b>	4	-1	0	-6	0	1	-2
0	<b>X4</b>	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
<b>Z = 40</b>			2	0	10	0	0	4

$$\begin{aligned} \underline{A}_1: 1/2 \times C_2 - 2 &\geq 0 &\Rightarrow & C_2 \geq 4 \\ \underline{A}_3: 2 C_2 - 6 &\geq 0 &\Rightarrow & C_2 \geq 3 \\ \underline{A}_6: 1/2 \times C_2 &\geq 0 &\Rightarrow & C_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$C_2 \geq 4$
--------------

Ingreso  $C_2 = 4$

$C_j$	$X_j$	B	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$\theta$
4	X2	5	1/2	1	2	0	0	1/2	10 →
0	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	-
0	X4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2	-
$Z = 20$			0*	0	2	0	0	2	

Al entrar X1 y salir X2, sabemos que X2 valdrá cero para todo valor de  $C_2$  entre 0 y 4

