Victoria Artaza
Investigación operativa - carlevari

SIMPLEX

c_j: coef de cada variable en el funcional

a_{ij}: componente de un vector asociado a una variable

- hay tantas filas como restricciones y tantas columnas como variables
- agregar variables slacks a las restricciones

C_k: coeficientes del funcional de las variables básicas

Los A_k son versores.
↳ vectores correspondientes a las variables basicas.

Los $z_j - c_j$ de los vectores asociados a las variables basicas son cero

La solución se puede mejorar si:
↳ en maximización, si $\exists$ un $z_j - c_j$ negativo.; pq el funcional puede aumentar
↳ en minimización, si $\exists$ un $z_j - c_j$ positivo, el funcional puede disminuir

- La variable que ingresa a la base es.
  ↳ máx) $z_j - c_j$ mas negativo.
  ↳ mín) $z_j - c_j$ mas positivo

- La variable que sale se determina calculando $b_i / a_{ij} = \theta$. de la columna correspondiente a la variable j que ingresa.

  $B_k / A_k \rightarrow k \rightarrow$ por ej si entra x_1 a la base, divido todo el B_k por A_1.

Con esto queda determinado el pivote → valor de intersección entre la var entrante y la saliente

- La fila del pivote se calcula dividiendola por el valor del pivote
- Los demás por la regla del pivote → $\dfrac{p \mid a}{b \mid c}$ ↳ el que quiero transformar $\quad c' = c - \dfrac{ab}{p}$.
- Los $z_j - c_j$ se calculan:
  cada valor del A_k multiplicado por el C_k, y a esole resto el c_j de la columna
- Se itera hasta llegar a la tabla optima, y la solución se escribe como

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{pmatrix} \qquad Z = \underbrace{\text{valor}}\ \text{optimo}$$

- La matriz inversa de una base cualquiera es la que se encuentra por debajo de la matriz identidad de la primera tabla.

$A \cdot X = B$ $\quad$ A^{-1} es la matriz inversa

↳ con la matriz inversa puedo calcular cualquier vector transformado como. $\underbrace{A^{-1}}_{\text{matriz inversa del paso x.}} \cdot \underbrace{B}_{\text{de la primera tabla}} =$ Solución del paso x.

↳ $\underbrace{A^{-1} \cdot A_1}_{\text{vector en la 1° tabla}} = [\ \ ]$ ↳ vector tranformado

BASES ARTIFICIALES

Cuando usamos simplex en un ej que tiene restricciones $\geq$ ocurre algo especial cuando el termino independiente es $\neq 0$.

ej: $x_1 + x_2 \geq 0$

lo que se hace es agregar variables artificiales. → se usan en la 1° tabla

$x_1 + x_2 - x_3 + \mu_1 = 20$. ↳ En la sol. optima tienen valor cero.

↳ En maximización, la variable artificial viene con un coef "$-M$"
↳ En minimización, con un coef "$+M$"

$M \to \gg$. } para el funcional

Cuando una variable "μ" sale de la base, no vuelve a entrar.

Cuando hay una restricción de igual (=) la variable artificial que se agrega es λ.

Ejemplo de μ

$Z = 5x_1 + 8x_2 \to$ max

st: $6x_1 + 5x_2 \leq 30$
$x_2 \geq 1$
$-4x_1 + 5x_2 \leq 20$

$\Rightarrow 6x_1 + 5x_2 + x_3 = 30$
$x_2 - x_4 + \mu_1 = 1$
$-4x_1 + 5x_2 + x_5 = 20$

$Z = 5x_1 + 8x_2 - M\mu_1$

Ejemplo de λ

$Z = 6x_1 + 10x_2 + 9x_3 \to$ Max

st: $30x_1 + 50x_2 + 60x_3 \leq 1200$
$20x_2 + 15x_3 \leq 550$
$x_1 + x_2 = 20$

$30x_1 + 50x_2 + 60x_3 + x_4 = 1200$
$20x_2 + 15x_3 + x_5 = 550$
$x_1 + x_2 + \lambda_1 = 20$

$Z = 6x_1 + 10x_2 + 9x_3 - M\lambda_1$

Una vez que la variable artificial deja la base, no es necesario calcular más los vectores (columnas).

Interpretación de la solución óptima

Vector B → nivel de actividad óptimo de las variables que están en la base

Vector A_j asociado a una slack fuera de la base →

los a_{ij} indican variación que se produce en la variable x_i básica por cada unidad que se relaja la restricción.

$Z_j - C_j$: valores marginales

c_j: variación que se verá en el funcional en el sentido de su signo.

Vector A_j asociado a una variable real fuera de la base

Los a_{ij} indican variación en signo contrario que se producirá en las x_i básicas si se activara la variable en 1 unidad

$Z_j - C_j$: costos de oportunidad

CASOS PARTICULARES

Soluciones Alternativas → existe más de una solución que optimiza el resultado.

↳ cuando la recta del funcional es paralela a un lado del polígono

↳ en la tabla óptima hay un $Z_j - C_j = 0$ de una variable que no está en la base $\lesssim 0$*

↳ se hace ingresar a la base a esa variable y se resuelve.

↳ solución $= x = \alpha\, x^{(A)} + (1-\alpha)\, x^{(B)}$ $\quad 0 \leq \alpha \leq 1$

Solución degenerada → cuando la base tiene una cantidad mayor de variables iguales a cero.

↳ se detecta con un empate de θ → hay más de 1 var candidata a salir de la base

Para elegir cual sale sin entrar en un loop infinito:

1) se toman las filas de θ iguales
2) dividir c/ fila por el pivote que le correspondería si la variable fuera la que sale
3) se comparan estos de izq a der para encontrar la 1° desigualdad
4) sale la variable que está en la fila donde el coef de la 1° desigualdad encontrada es menor (absoluto)

Poligono Abierto → cuando se pueden aumentar los valores de las variables en forma indefinida para mejorar el funcional

↳ Se identifica en la tabla pq no hay ningun b_i/a_{ij} no negativo

(cuando b_i/a_{ij} es negativo se pone una rayita)

↳ No hay solución.

Solución Incompatible → cuando no existe ninguna solución que satisfaga todas las restricciones planteadas.

↳ se identifica porque hay variables artificiales en una base que ya no puede mejorarse

Por ej: en un problema de MAX, en la tabla optima todos los $Z_j - C_j$ son positivos, pero sigue estando una variable μ en la B.

↳ No hay solución

Scanned by CamScanner

FORMULACION DUAL

Relaciones

1) Directo de maximización con restricciones de $\leq$ $\rightarrow$ Dual de minimización con restricciones de $\geq$. (y viceversa)

2) El Dual tiene una variable real por c/ restricción del directo. La variable real del dual es la slack del directo.

3) El Dual tiene una restricción por cada variable real del directo. La variable slack del dual es la real del directo.

4) La matriz de coef. del dual, es la traspuesta de coef del direct.

5) Los coef del funcional de c/ variable del directo son los terminos independientes de la restricción del dual

6) Los terminos indep. de c/ restric. del directo son los coef del funcional de la variable dual asociada

Directo	Dual
$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow max$	$Z = b_1 \cdot y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 \rightarrow min$
st: $a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \leq b_1$	st: $a_{11} y_1 + a_{21} y_2 + a_{31} y_3 \geq c_1$
$a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 \leq b_2$	$a_{12} y_1 + a_{22} y_2 + a_{32} \cdot y_3 \geq c_2$
$a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 \leq b_3$	

Teorema fundamental de la dualidad: Si el problema lineal primitivo tiene solución optima finita, el dual correspondiente tambien (y viceversa). i y el valor del funcional en ambas coincide con el optimo.

- Si la solucion del directo es poligono abierto $\rightarrow$ La del dual es incompatible (y viceversa)
- Si el directo tiene solución alternativa $\rightarrow$ el dual tiene solucion degenerada (y viceversa).

Pasaje de Directo a Dual

$\rightarrow$ Si el funcional del directo es MAX, el del dual es MÍN

$\rightarrow$ Si en un problema de maximización, hay por alguna razón restricciones de $\geq$, antes de pasar a Dual hay que convertirlas en $\leq$ (Idem para minimización $\rightarrow \leq \rightarrow \geq$)

Ej) $Z = 2x_1 + x_2 \rightarrow max$ $\rightarrow$ $Z = 2x_1 + x_2 \rightarrow max$ $\rightarrow$ Dual

St: $-5x_1 + 3x_2 \geq 5$	$\rightarrow$	$5x_1 - 3x_2 \leq -5$	$\rightarrow$	$5y_1 + y_2 \geq 2$
$x_1 + x_2 \leq 4$		$x_1 + x_2 \leq 4$		$-3y_1 + y_2 \geq 1$
				$Z = -5y_1 + 4y_2 \rightarrow min$

INVESTIGACION

Pasaje de la TO directa a la TO dual

- Si una variable directa $\notin$ a la base optima directa, su correspondiente dual estará en la base optima dual
- Si no esta en la base opt. directa, estará en la base optima dual
- Zopt directo = Zopt dual
- Los valores B de un prob de MAX, pasan con signo cambiado al $Z_j - C_j$ de la variable correspondiente en el dual
- Los valores de B en uno de MIN, pasan con su signo.
- Los a_{ij} de la columna A_j pasan con signo cambiado a la fila de la variable dual correspondiente
- Si es un prob. de MAX, los $Z_j - C_j$ del optimo directo pasan a la columna B con su signo al dual
- Si es de MIN, los $Z_j - C_j$ pasan con signo cambiado

Interpretación Económica del dual

- Las variables de la base del dual es como se modificaría el funcional por cada unidad de relajación de la restricción

- Las variables slacks del dual son los costos de oportunidad. Es el perjuicio que se obtiene en el funcional por c/ unidad que se active de una variable que no está en la base del dual

  Si estamos → MAX → disminuye el funcional
  MIN → aumenta el funcional

Osea - las y_i asociadas a variables fuertes en el directo, son costos de oportunidad.
- las y_i asociadas a variables slacks en el directo, son valores marginales

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

VARIACIONES EN LOS COEFS DE LA F. OBJETIVO

$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 \rightarrow max$

Si modifico c_1, no cambia el sistema del directo de ecuaciones, pero si cambia el c_j y el c_k si la variable esta en la base.

Ej: $Z = 400 x_1 + 300 x_2$

St: $9 x_1 + 18 x_2 \leq 720$ (TT)

$16 x_1 + 8 x_2 \leq 640$ (MAQ)

$10 x_1 + 10 x_2 \leq 480$ (MO)

Se cambia 400 $ por 550 $

			~~400~~ 550	300	0	0	0
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	144	0	0	1	1,125	-2,7
~~400~~ 550	X1	32	1	0	0	0,125	-0,1
300	X2	16	0	1	0	-0,125	0,2
Z=17600			0	0	0	12,5	20
Z=22400			0	0	0	31,25	5

→ todos positivos No tengo que iterar.

Si cambiara a $ 650

			~~400~~ 650	300	0	0	0	
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	θ
0	X3	144	0	0	1	1,125	-2,7	-
~~400~~ 650	X1	32	1	0	0	0,125	-0,1	-
← 300	X2	16	0	1	0	-0,125	0,2	80
Z=17600			0	0	0	12,5	20	
Z=25600			0	0	0	43,75	-5	

⟵ Es negativo → cambia la sol. optima ↓ Hay que iterar

Ck	Xk	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X3	360	0	13,5	1	-0,5625	0
650	X1	40	1	0,5	0	0,0625	0
0	X5	80	0	5	0	-0,625	1
Z=26000			0	25	0	40,625	0.

→ todos ⊕ → optimo

VARIACIONES EN LOS TERMINOS INDEPENDIENTES

↳ se modifica el sistema de ecuaciones del directo
↳ cambia coef. del funcional del dual
↳ Para analizar esto se usa la tabla óptima dual.

$$Z = 720y_1 + 640y_2 + 480y_3 \rightarrow \min$$

$$\text{st:} \quad 9y_1 + 16y_2 + 10y_3 \geq 400$$
$$18y_1 + 8y_2 + 10y_3 \geq 300$$

Que pasa si la disponibilidad de maq. pasa de 640 a 700 h/mes.

Con la T.O directa anterior → armamos la T.O dual

	bk	yk	Ck	720 A_1'	~~640~~ 700 800 A_2'	480 A_3'	A_4'	A_5' pivote	θ	
~~700~~	~~640~~	y_2	12,5	−1,125	1	0	−0,125	0,125	100	→ sale y_2
800	480	y_3	20	2,7	0	1	0,1	−0,2	−	
	Z = 17600			−144	0	0	−32	−16		
				x_3	x_4	x_5	x_1	x_2		
	Z = 18350			−211,5	0	0	−39,5	−8,5		→ todos ⊖ No cambia la sol óptima
	Z = 19600			−396	0	0	−52	4		→ positivo

⇑ Entra y_5

Nueva sol. óptima dual

bk	yk	Ck	A_1'	A_2'	A_3'	A_4'	A_5'
0	y_5	100	−9	8	0	−1	1
480	y_3	40	0,9	1,6	1	−0,1	0
Z = 19200			−288	−32	0	−48	0

Para armarla es ídem que con el directo, regla del pivote

RANGO DE VALIDEZ DE LA SOL. ÓPTIMA

Para variables que están en la base

El nuevo valor C_i' debe generar un $z_j - c_j = 0$ alternativo en una variable j que no está en la base.

- MÁX → hay $z_j - c_j$ ⊕ ⇒ $\Delta(z_j - c_j) < 0$
  - ↳ lim superior → busco un a_{ij} ⊖ → si no hay ∄ lim sup
  - ↳ lim inferior → busco a_{ij} ⊕ → si no hay ∄ lim inf
- MIN → Hay $z_j - c_j$ ⊖ → $\Delta(z_j - c_j) > 0$
  - ↳ lim superior → busco un a_{ij} ⊕
  - ↳ lim inf → busco a_{ij} ⊖

$$C_i\,sup = C_i + \left|\frac{z_j - c_j}{a_{ij}}\right|_{min} \qquad C_i\,inf = C_i - \left|\frac{z_j - c_j}{a_{ij}}\right|_{min}$$

$$\begin{bmatrix} & Max & Min \\ Sup & - & + \\ Inf & + & - \end{bmatrix} \text{ para } a_{ij}$$

(Vale tmb para dual pero la variable ahora se denota "b".)

Para variables que no están en la base

- MÁX
  - ↳ lim superior: $c_{j\,sup} = c_j + |z_j - c_j|$
  - ↳ Lim inferior: $-\infty$
- MIN
  - ↳ lim superior: $+\infty$
  - ↳ lim inferior: $c_{j\,inf} = c_j - |z_j - c_j|$

ANÁLISIS PARAMÉTRICO

➤ Variaciones paramétricas de los coefs del funcional

Calculo el rango de un coef, y después reemplazo con cada límite en tablas nuevas. Se itera si es necesario y se arma la curva de oferta

Se hace lo mismo con la variación de términos independientes

AGREGADO DE TÉRMINOS O RESTRICCIONES

- Agregado de un nuevo producto — Nueva columna en el directo / Nueva restricción en el Dual
  - ↳ conviene fabricar si la utilidad o beneficio obtenido es mayor al costo de producción.

  Lo que se hace para ver ésto es: si el nuevo producto requiere 12h TT, 11h de MA y 14hs de MO con utilidad 430\$.

$$\underbrace{12(y_1) + 11(y_2) + 14(y_3)}_{} \geq 430\$$$

valor de los $z_j - c_j$ de las variables directas correspondientes → osea los valores en B del dual

$$12(0) + 11(12{,}5) + 14(20) = \underbrace{417{,}5\$}_{\text{costo}} \ngtr \underbrace{430\$}_{\text{beneficio}}$$

costo < beneficio

conviene fabricarlo

- Agregado de una nueva restricción. Nueva fila en el directo / Nueva variable dual

  por ejemplo en un ejercicio de producción se agrega una restricción de materia prima

  se reemplazan en la restricción nueva (planteada en el directo) los valores de las variables según la T.O. si cumple con la restricción no es limitativa, y sino si.

  no es limitativa → no cambia la solución optima

  sino si → cambia la sol. optima →

PROGRAMACIÓN ENTERA

Programación Entera

↳ variable puede tomar cualquier valor entero no negativo (0, 1, 2, 3 ...)
↳ Se usa cuando se necesitan valores enteros a la hora de tomar decisiones
↳ No hay que redondear soluciones del simplex, porque el redondeo puede llevar a una solución no optima o no factible

Metodo Branch-and-Bound. (ramificación y acotamiento)

- busca soluciones a medida que va excluyendo porciones mediante un mecanismo de limitación para ≠ ramas.
- resuelve al ppio, el problema como si fuera un continuo
- Si una variable entera x da un resultado continuo, se generan 2 nuevas ramas.

1) Encontrar la solución continua optima
2) Si es entera, termina.. Si es continua, 3)
3) Elegir una variable continua y generar 2 ramas. La primera se limita para que la var. elegida sea ≥ al entero superior a su valor, y la otra ≤.
4) Resolver para c/u y comparar los Z.
5) seleccionar la rama cuyo Z sea mayor a cualquiera de las soluciones enteras conocidas, y descartar incompatibles
6) seleccionar el que tenga mejor valor de la funcion objetivo y pasar a la etapa 2

Ej) $Z = 6x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

St: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$ $\quad$ x_1, x_2 enteras ≥ 0

$3x_1 + 2x_2 \leq 55$

1) resolución continua da.

$x_1 = 7{,}50$
$x_2 = 16{,}25$
$Z = 126{,}25$ → no es entera ⇒ selecciono x_1 o x_2 y hago ramas.

$x_1 \geq 8$ y $x_1 \leq 7$.

rama A

$Z = 6x_1 + 5x_2$
St: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$
$3x_1 + 2x_2 \leq 55$
$x_1 \geq 8$

Sol:
$x_1 = 8$
$x_2 = 15{,}50$
$Z = 125{,}5$

↳ como es mayor se explora esta rama

rama B

$Z = 6x_1 + 5x_2$
St: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$
$3x_1 + 2x_2 \leq 55$
$x_1 \leq 7$

Sol:
$x_1 = 7$
$x_2 = 16{,}50$
$Z = 124{,}5$

$125{,}5 > 124{,}5$

rama A_1

$Z = 6x_1 + 5x_2$

st: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$
$3x_1 + 2x_2 \leq 55$
$x_1 \geq 8$
$x_2 \geq 16$

Sol:
No factible

rama A_2

$x_2 \leq 15$

Sol:
$x_1 = 8,33$ ← no es entero
$x_2 = 15$
$Z = 125$ → se compara esto con la rama B

$Z_{A_2} > Z_B$ → se sigue por A_2

Rama A_{21}

$Z = 6x_1 + 5x_2$

st: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$
$3x_1 + 2x_2 \leq 55$
$x_1 \geq 9$
$x_2 \leq 15$

Sol: $x_1 = 9$
$x_2 = 14$
$Z = 124$

$\geq$

Rama A_{22}

$x_1 \leq 8$

Sol: $x_1 = 8$
$x_2 = 15$
$Z = 123$

$\Rightarrow$ se descarta A_{22}

Se compara $Z_{A21} = 124$ con $Z_B = 124,5$ y como Z_B es mejor, se explora la rama B.

Rama B_1

$Z = 6x_1 + 5x_2$

st: $2x_1 + 4x_2 \leq 80$
$3x_1 + 2x_2 \leq 55$
$x_1 \leq 7$
$x_2 \geq 17$

Sol → $x_1 = 6$
$x_2 = 17$
$Z = 121$
se descarta

$\leq$

Rama B_2

$x_1 \leq 7$
$x_2 \leq 16$

Sol → $x_1 = 7$
$x_2 = 16$
$Z = 122$

Se compara Z_{B2} con Z_{A21} y vemos que Z_{A21} es mayor

$\Rightarrow$ La solución es $\begin{cases} Z_{A21} = 124 \\ x_1 = 9 \\ x_2 = 14 \end{cases}$

Programación Entera Binaria $< \begin{smallmatrix} 1 = \text{activa} \\ 0 \end{smallmatrix}$

↳ I_i: variable binaria
X_i: variable continua

Activación $\quad X_i - M \cdot I_i \leq 0.$

↳ cuando se usan variables binarias para activar variables continuas
↳ M: valor alto, o la cota superior de x_i si es que se conoce.
↳ cuando $I_i = 0$, $X_i = 0$
↳ cuando $I_i = 1$, $X_i \geq 0.$

a) Lote mínimo; si se fabrica el prod 'A', deben producirse por lo menos 100 unidades

$$XA - M\,IA \leq 0$$
$$XA - 100\,IA \geq 0.$$

b) Exclusión de alternativas de fabricación.

i) Capacidad = 1000 m^3; por día → 1 de los 3 crudos A, B, C.

$$X_A - 1000\,I_A \leq 0$$
$$X_B - 1000\,I_B \leq 0$$
$$X_C - 1000\,I_C \leq 0$$
$$I_A + I_B + I_C \leq 1 \rightarrow \text{se produce 1 o ninguno.}$$

(ii) Si no se pueden correr más de 2 crudos

$$I_A + I_B + I_C \leq 2$$

c) Inclusión de alternat. de fabricación.

Si se deben correr por lo menos 2 crudos → $I_A + I_B + I_C \geq 2$
y como mínimo 200 m^3 de c/u

$$X_A - 200\,I_A \geq 0$$
$$X_B - 200\,I_B \geq 0$$
$$X_C - 200\,I_C \geq 0$$

d) Asignación → actividades a entidades. / tareas a personas

(i) 5 obras; 7 empresas (j); costos C_{ij}

$I_{ij} = 1$ cuando se adjudica la obra i a la empresa j

$$I_{11} + I_{12} + \ldots + I_{17} = 1 \qquad I_j = 1 \rightarrow \text{la empresa j debe ser adjudicada}$$
$$I_{21} + \ldots \ldots + I_{27} = 1$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$I_{51} + \ldots \ldots + I_{57} = 1$$

> si no se puede adjudicar más de 1 obra a c/empresa

$$I_{11} + I_{21} + I_{31} + I_{41} + I_{51} - I_1 = 0.$$
$$I_{12} + I_{22} + I_{32} + I_{42} + I_{52} - I_2 = 0$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$I_{17} + \ldots \ldots \ldots - I_7 = 0$$

> Si se adjudica una a E_1, tmb E_2 debe tener una obra

$I_2 - I_1 \geq 0$.

> No se puede adjudicar a ambas E_1 y E_4

$I_1 + I_4 \leq 1$.

e) Mezclas de productos

el producto P se hace con cantidades de componentes A, B, C, D y E.

$$\left.\begin{array}{l} X_A - M I_A \leq 0 \\ \vdots \\ X_E - M I_E \leq 0 \end{array}\right\} \text{vincula var. binaria con continua.}$$

i) Si A esta incluido, debe haber por lo menos $60 m^3$ de B.

$X_B - 60 I_A \geq 0$.

ii) Si A esta incluido B tambien y viceversa

$I_B - I_A = 0$.

iii) Si A o B estan incluidos, debe estar por lo menos uno de C, D o E en la mezcla.

$I_B + I_A - 2I \leq 0$ → I se activa cuando A o B estan o ambos

$-I_C - I_D - I_E + I \leq 0$.

Costos fijos

Si se fabrica A, habra un costo fijo de \$5000 mas \$30/unidad.

$x_1 - M I_1 \leq 0$. $\quad Z = \ldots + 30 x_1 + 5000 I_1 + \ldots$

Economía de Escala

1) descuento absoluto de costos por cantidad.

hasta 150 kg: 10\$/kg

Entre 150 y 250 kg: 9\$/kg

300 kg - 400 kg = 7,5 \$/kg

x_1: cantidad a comprar

$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$.

$x_{11} - 150 I_1 \leq 0$

$x_{12} - 150 I_2 \geq 0$

$x_{12} - 250 I_2 \leq 0$.

$x_{13} - 250 I_3 \geq 0$

$x_{13} - 400 I_3 \leq 0$

$I_1 + I_2 + I_3 = 1$

$Z = \ldots - 10 x_{11} - 9 x_{12} - 7{,}5 x_{13} + \ldots$

2) descuento incremental de costos por cantidad.

Los primeros 150: 10\$/kg

Los proximos 100 kg: 9\$/kg (entre 150 y 250)

Los ultimos 150 kg: 7,5 \$/kg (entre 250 y 400)

x_1: cantidad a comprar

cuando se activa x_{12}, x_{11} debe estar en su maximo nivel

$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$

$x_{11} - 150 I_1 \leq 0$

$x_{11} - 150 I_2 \geq 0$.

$x_{12} - 100 I_2 \leq 0$

$I_1 - I_2 \geq 0$.

$x_{12} - 100 I_3 \geq 0$

$x_{13} - 150 I_3 \leq 0$

$I_2 - I_3 \geq 0$

3) Aumento incremental de costos por cantidad

primeros 150 kg : 8 $/kg
siguientes 150 - 250 kg : 9 $/kg
Los ultimos 150 kg (250 - 400) : 10 $/kg

x_{12} no se activa nunca hasta que x_{11} no este en su maximo valor

$$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$$
$$x_{11} \le 150$$
$$x_{12} \le 250$$
$$x_{13} \le 400.$$

4) Aumento absoluto de costos por cantidad

hasta 150 kg : 8 $/kg
entre 150 y 250 : 9 $/kg
desde 300 hasta 400 : 10 $/kg

x_{11}, x_{12}, x_{13} son excluyentes.

$$-x_1 + x_{11} + x_{12} + x_{13} = 0$$
$$x_{11} - 150 I_1 \le 0$$
$$x_{12} - 250 I_2 \le 0$$
$$x_{13} - 400 I_3 \le 0$$
$$I_1 + I_2 + I_3 = 1.$$

PROGRAMACIÓN DE METAS

- multiples objetivos

2 cosas importantes → restriccion de metas
↳ prioridades

Hay variables de decisión, que son propias del problema, y también hay variables de desviación: miden la separación entre el objetivo logrado y la meta propuesta

"Si fuera posible, se deberían fabricar por lo menos 10 unidades de A"

↳ $x_1 + d^- - d^+ = 10$

x_1: cant. de unidades a fabricar de A.

d^-: deficit en lograr la meta

d^+: superación de la meta

Las restricciones de metas son todas de =.

Los objetivos son de MIN

- El funcional está conformado unicamente por variables de desviación.
- El orden de importancia se da con los coeficientes del funcional P_i

Ej) Fabrica elabora A y B. $Z = 5X_1 + 7X_2 \rightarrow max$

$3X_1 + 2X_2 \leq 152$ (Mo)

$2X_1 + 5X_2 \leq 160$ (MP)

Metas → 1) fabricar por lo menos 22 unidades de B. Se evalua en 10 unidades la penalización por unidad de no lograr la meta

2) obt. un beneficio de 300\$. Se evalua en 1 unidad la penalizacion por peso que no se logra

Meta 1) $X_2 + \underbrace{d_1^-} - d_1^+ = 22$

Meta 2) $5X_1 + 7X_2 + \underbrace{d_2^-} - d_2^+ = 300$

$Z = 10 d_1^- + 1 \cdot d_2^- \rightarrow min.$