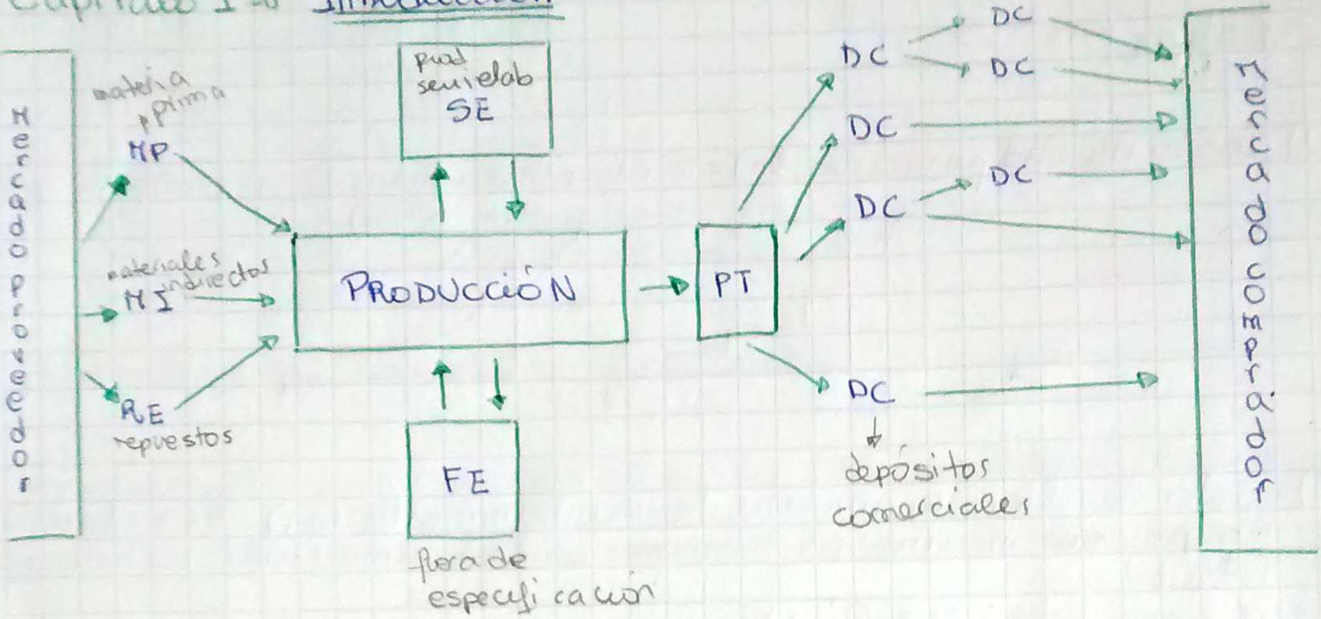
"Sistemas de Optimización de Stocks"

Capítulo 1 ⇒ "Introducción"



* almacenes → primarios: La mercadería viene de sectores externos a la empresa (órdenes de compra)
↳ secundarios: La mercadería proviene de sectores internos (órdenes de fabricación)

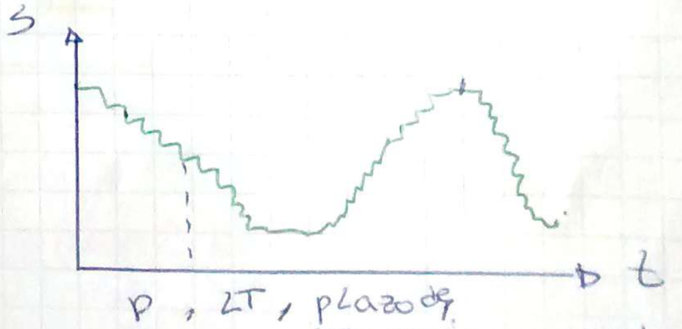
salida de almacén → si va a otro sector interno: orden de entrega
↳ si va a otro sector externo (clientes): orden de venta

suministro → stocks → demanda

Modelización → definición
→ modelización
→ resolución
→ instalación

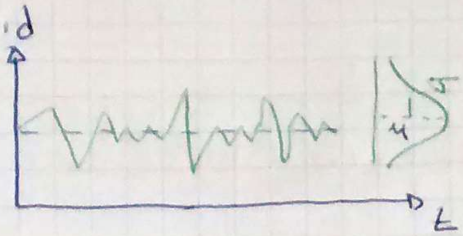
Proceso de almacenamiento

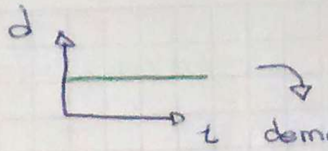
emisión del pedido, plazo de entrega (Lead-time), recepción



P, LT, plazo de reaprovisionamiento

Demanda

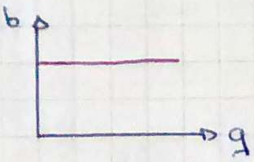


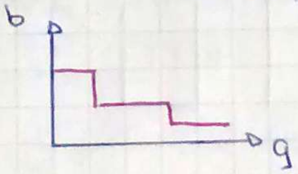


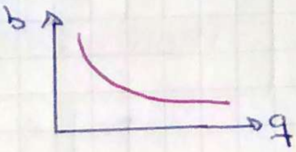
demanda indep. de un producto

Costos ⇒

1) Costo de adquisición (b) ⇒ el costo unitario del producto que se adquiere ($/u)





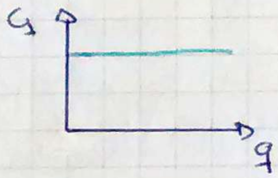


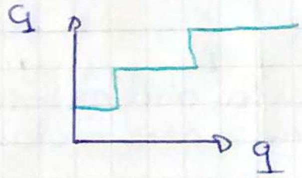
2) Costo de almacenamiento de mantenimiento (C_1) ⇒ es el costo en que se incurre por tener una unidad almacenada cierto tiempo. ($/u.t)

$C_1 = C_1' + bi$

C_1': costo de espacio, manip, impuestos, etc.

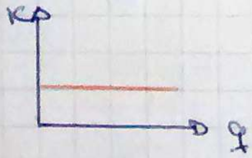
i = tasa de inmovilización de capital

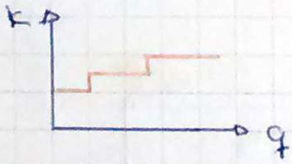




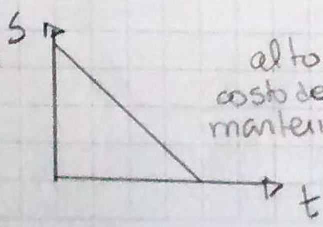
3) Costo de agotamiento o de déficit (C_2) ⇒ es el costo en el que se incurre cuando se agotan las existencias y no se puede satisfacer la demanda.

4) Costo de orden (K) ⇒ el costo en que se incurre por cada orden que se emite. ($/pedido)

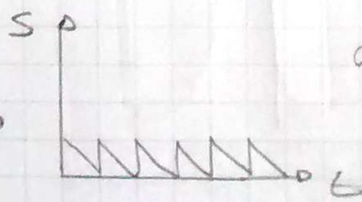




extremos



alto costo de mantenimiento



alto costo de orden

Scanned by CamScanner

Capítulo 2 ⇒ "Caso básico"

Hipótesis →
- 1 sólo producto
- demanda independiente (nivel cero)
- d cte y conocida
- LT conocido y cte
- no hay stock de protección
- tasa de reposición ∞
- planamiento largo plazo (empresa en marcha)
- $C_2 \to \infty$, no puede haber déficit de producto
- c_1, b, k independientes de q
- q continua

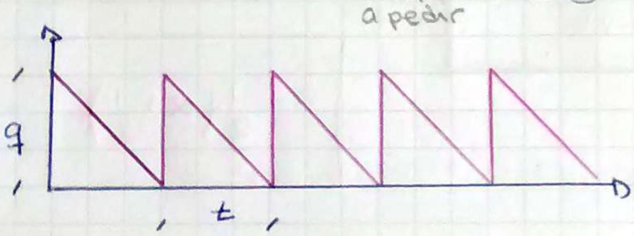
Parámetros ⇒ D = demanda del producto
b, c_1, T = 1, LT

Variables ⇒ q, t = intervalo de un ciclo, CTE = costo total esperado,
SR = stock de reorden
↳ nivel de inventario donde se emite una orden nueva

Modelización ⇒ $$\boxed{CTE_i = bq + \frac{1}{2} q c_1 t + k}$$ costo total esperado de un período i, entre orden i y orden i+1

Siendo n = lotes por año: $n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t}$ → tiempo entre órdenes

q: cantidad a pedir



$$\boxed{CTE = n\,CTE_i}$$

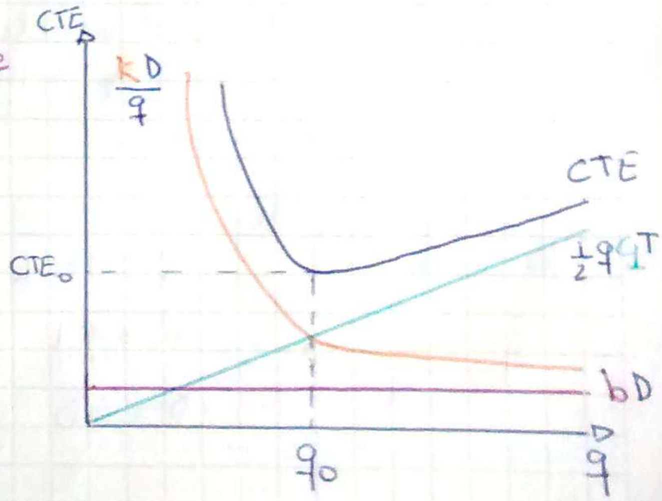
$$\Rightarrow \boxed{CTE = \underbrace{bD}_{\text{costo de compra}} + \underbrace{\frac{1}{2} q c_1 T}_{\text{costo de almacén}} + \underbrace{k \cdot \frac{D}{q}}_{\text{costo de orden}}}$$

→ esta es la función objetivo que quiero minimizar

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = \frac{1}{2} c_1 T - \frac{kD}{q^2} = 0$$

⇓

$$\boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2kD}{T c_1}}}$$ variable de decisión

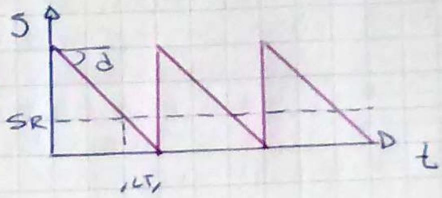


Reemplazando se obtiene: $CTE_0 = bD + \sqrt{2KDTc_1}$

$$t_0 = \frac{T}{D} \cdot q_0 = \sqrt{\frac{2KT}{Dc_1}}$$

$$n_0 = \frac{D}{q_0} = \sqrt{\frac{Tc_1D}{2K}}$$ no hay que aproximar a entero

Stock de reorden $\Rightarrow$ $\boxed{SR = LT_0 . d}$



Análisis de Sensibilidad — agregamos que $c_1 = c'_1$

trabajamos con el $CVT = \frac{1}{2} q c_1 T + K\frac{D}{q}$ y $CVT_0 = \sqrt{2KDTc_1}$

definimos: $\boxed{q = \alpha q_0}$

α indica el apartamiento del lote óptimo $0 \leq \alpha$

y la relación de sensibilidad: $\boxed{S = \frac{CVT}{CVT_0} \geq 1}$ reemplazo $q = \alpha q_0$ $\Downarrow$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)}$$

ε = error relativo $= S - 1$

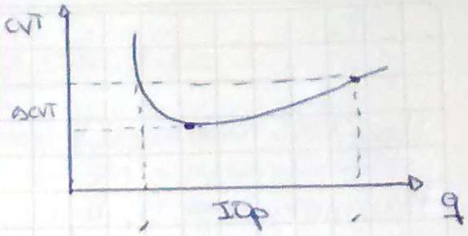
Conclusiones importantes $\Rightarrow$
- el modelo es poco sensible
- hay mayor sensibilidad a izq q a der (mejor pedir demás)

Estimación de los valores:

$$\left.\begin{aligned} c'_1 &= \beta c_1 \\ K' &= \gamma K \\ D' &= \delta D \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\alpha = \sqrt{\frac{\gamma\delta}{\beta}}}$$

Scanned by CamScanner

intervalo de operación $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha_{1,2} = (\varepsilon + 1) \pm \sqrt{\varepsilon^2 + 2\varepsilon}}$



Restricciones $\Rightarrow$

1º de superficie:

s: sup. que ocupa un artículo
S: sup total

CV: $sq \leq S$

En primer lugar se calcula q_0 y si cumple ü!!
si no cumple habrá que pedir un valor q^*
↳ $q^* = \frac{S}{s}$

2º de monto máximo a inmovilizar:

CV: $bq \leq TM$
↳ capital máximo disponible a inmovilizar

de nuevo, calcular q_0 y ver si cumple y sino $q^* = \frac{TM}{b}$

3º de cantidad de órdenes a emitir:

CV: $\frac{D}{q} \leq TO$ → número máximo de órdenes

si q_0 no cumple la restricción $\Rightarrow$ $q^* = \frac{D}{TO}$

4º de variable entera:

ver si cumple y sino probar con los enteros contiguos.

Capítulo 3 ⇒ "Stock de protección"

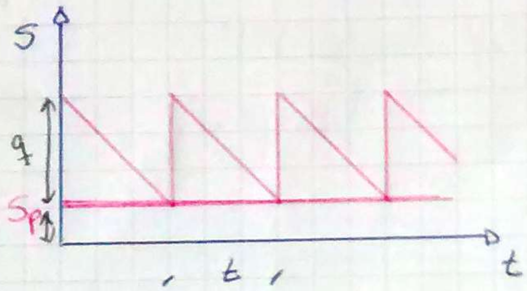
nivel de existencias que se mantiene a fin de absorber situaciones imprevistas

Hipótesis ⇒ ídem queCap 2 ⊕ Sp

Parámetros ⇒ D, b, c_1, K, T, Sp, LT

variables ⇒ q, t, CTE, SR, S

modelización ⇒ $\boxed{CTE_i = bq + \frac{1}{2} q\, c_1 t + K + Sp\, c_1 t}$ costo total esperado del período i



$n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t} \Rightarrow CTE = n\, CTE_i$

$\Downarrow$

$$\boxed{CTE = bD + \frac{1}{2} q\, c_1 T + K \frac{D}{q} + Sp\, c_1 T}$$

$\frac{\partial CTE}{\partial q} = 0 \Rightarrow q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{c_1 T}}$ (ídem que anterior)

$$\boxed{CTE_0 = bD + \sqrt{2KDTc_1} + Sp\, c_1 T}$$

$t_0 = \frac{T}{D} q_0 = \sqrt{\frac{2KT}{D c_1}}$

$n_0 = \frac{D}{q_0} = \sqrt{\frac{T c_1 D}{2K}}$ y $\boxed{S_R = LT . d + Sp}$

Si al calcular q y hacer $n = \frac{D}{q}$ n no es entero y x alguna razón necesito que lo sea ⇒

$n = 1{,}35 \begin{cases} n=1 \Rightarrow q_1 = \frac{D}{1} \Rightarrow CTE_1 = CTE(q_1) \\ n=2 \Rightarrow q_2 = \frac{D}{2} \Rightarrow CTE_2 = CTE(q_2) \end{cases}$ Elijo el CTE menor y el 'n' respectivo a ese costo

Capítulo 4 → "Sistemas con agotamiento admitido"

se verifica cuando no quedan más unidades disponibles para satisfacer la demanda

Hipótesis: iden cap 2 ⊕ agotamiento permitido
C_2 finito y conocido

Parámetros: D, b, q, C_2, K, T, Sp, LT

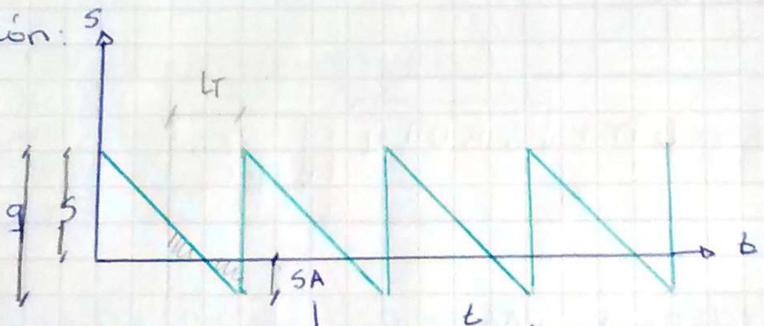
Variables: q, t, t_1, t_2, CTE, SA, SR, S

t_1 → período de entrega de mercadería

t_2 → período de déficit de mercadería

SA → cant. máx de unidades agotadas

modelización:



$$CTE_i = bq + \frac{1}{2} S\, q\, t_1 + \frac{1}{2} \underbrace{(q-S)}_{SA} \cdot C_2\, t_2 + K$$

$$\frac{S}{q} = \frac{t_1}{t} \Rightarrow t_1 = \frac{S t}{q}$$

$$\frac{q-S}{q} = \frac{t_2}{t} \Rightarrow t_2 = \frac{(q-S)t}{q}$$

$$\boxed{CTE_i = bq + \frac{1}{2} S^2\, q\, \frac{t}{q} + \frac{1}{2}(q-S)^2\, C_2 \frac{t}{q} + K}$$

y siendo $n = \frac{D}{q} = \frac{T}{t}$:

$$\boxed{CTE = bD + \frac{1}{2}\frac{S^2}{q}\, q\, T + \frac{1}{2}\frac{(q-S)^2}{q} C_2 T + K\frac{D}{q}}$$

$CTE = n\, CTE_i$

Ahora debemos hallar dos valores para cumplir con S_{A_0} q y S.

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = 0 \Rightarrow q^2 c_2 - S^2 (c_1 + c_2) = \frac{2KD}{T}$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial S} = 0 \Rightarrow S = \frac{q c_2}{c_1 + c_2}$$

uso sustitución

$$\boxed{S_0 = q_0 \cdot \frac{c_2}{c_1 + c_2}} \quad y \quad \boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{T c_1}} \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}}}$$

y $S_{A_0} = q_0 - S_0$

$$\boxed{CTE_0 = bD + \sqrt{2KDTc_1} \cdot \sqrt{\frac{c_2}{c_1 + c_2}}}$$

si $c_2 \to \infty$ pasamos a 1° caso.

$\frac{c_2}{c_1 + c_2} \to 1$

y $S_{A_0} = q_0$

y $S_R = LT \cdot d - S_{A_0}$

Agregado de un costo independiente del tiempo.

f_2 depende de cada unidad agotada.

$\Rightarrow CTE_i' = CTE_i + S_A \cdot f_2$

$$CTE' = CTE + S_A \cdot f_2 \cdot \frac{D}{q}$$

$\Downarrow$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{T c_1} \cdot \frac{(f_2 D)^2}{c_1(c_1 + c_2)}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}}$$

$$S_{A_0} = \frac{c_1 q_0 - f_2 D}{c_1 + c_2} \quad y \quad S_0 = q_0 - S_{A_0}$$

Agregado de un costo fijo por cada situación de déficit.

F costo fijo por agotamiento

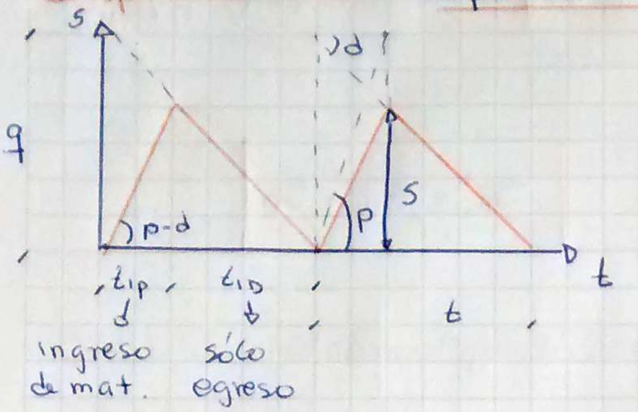
$CTE_i'' = CTE_i' + F$

$$CTE'' = CTE' + F \frac{D}{q}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2(K+F)D}{T c_1} - \frac{(f_2 D)^2}{c_1 \cdot (c_1 + c_2)}} \cdot \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}}$$

$$S_{A_0} = \frac{c_1 q_0 - f_2 D}{c_1 + c_2}$$

Capítulo 5 ⇒ "Reposición no instantánea"



Hipótesis: idem cap 2 ⊕ tasa de reposición p

Parámetros: D, p, b, c_1, k, T, LT

Variables: q, t, t_{ip}, t_{iD}, CTE, S, SR

modelización ⇒ $CTE_i = bq + \frac{1}{2} S c_1 t + k$

$$CTE_i = bq + \frac{1}{2} q \left(1-\frac{d}{p}\right) c_1 t + k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underbrace{\begin{array}{l} \cdot\ q = p \cdot t_{ip} \Rightarrow t_{ip} = \frac{q}{p} \\ \cdot\ S = (p-d) \cdot t_{ip} \Rightarrow t_{ip} = \frac{S}{(p-d)} \end{array}} \\ S = q \cdot \left(1-\frac{d}{p}\right) \end{array} \right.$$

$CTE = n\, CTE_i$

⇓

$$\boxed{CTE = bD + \frac{1}{2} q \left(1-\frac{d}{p}\right) c_1 T + k\frac{D}{q}} \rightarrow \frac{\partial CTE}{\partial q} = 0$$

⇓

$$\boxed{CTE_0 = bD + \sqrt{2kDTc_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}} \quad y \quad \boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2kD}{Tc_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}}}$$

$t_0 = \frac{T}{D} \cdot q_0$

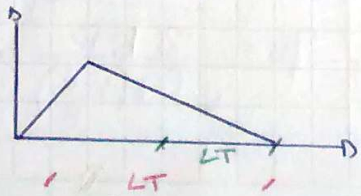
p > d sino deficit permanente

$n_0 = \frac{D}{q_0}$

$t_{1p} = \frac{q_0}{p}$

LT: opción 1: $LT \leq t - t_{ip} \Rightarrow S_R = LT \cdot d$

opción 2: $LT > t - t_{ip} \Rightarrow S_R = (t - LT)(p-d)$



* Reposición no instantánea con S_p: $CTE_i = bq + \frac{1}{2} S c_1 t_{1p} + k + S_p q t$

$$S = q\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)$$

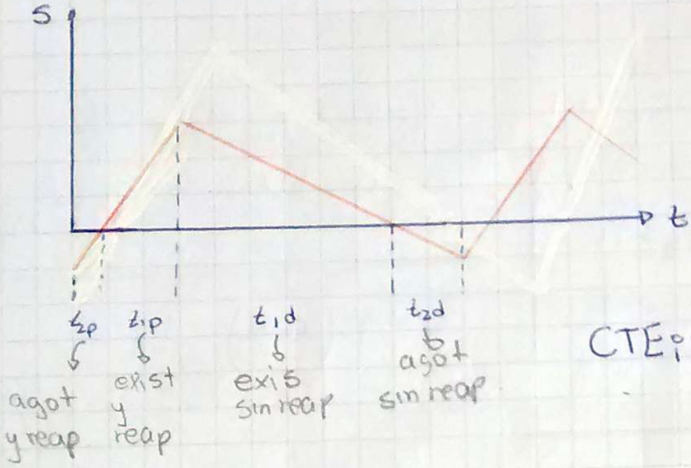
$$\boxed{CTE = bD + \frac{1}{2} q\left(1-\frac{d}{p}\right) c_1 T + k\frac{D}{p} + S_p q T}$$

Única diferencia

$$\boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2kD}{Tc_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}}} \Rightarrow \text{el mismo}$$

$$\boxed{S_R' = S_R + S_p}$$

* Reposición no instantánea con admisión de agotamiento:



$t_1 = t_{1p} + t_{1d}$ periodo de existencias

$t_2 = t_{2p} + t_{2d}$ periodo de agotamiento

$$CTE_i = bq + \frac{1}{2} S c_1 (t_{1p} + t_{1d}) + k + \frac{1}{2} S_A c_2 t_2$$

$$q = (t_{1p} + t_{2p})\, p$$

$$S + S_A = (t_{1p} + t_{2p})\cdot(p-d) = \frac{q}{p}(p-d)$$

$$\boxed{S = q\left(1-\frac{d}{p}\right) - S_A}$$

$$\frac{S_A}{S+S_A} = \frac{t_{2d} + t_{2p}}{t}$$

$$\frac{S}{S+S_A} = \frac{t_{1d} + t_{1p}}{t}$$

$$CTE_i = bq + \frac{1}{2}\frac{S^2 c_1}{q\left(1-\frac{d}{p}\right)}\cdot t + k + \frac{1}{2}\frac{S_A^2 c_2}{(S+S_A)} t$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{CTE = bD + \frac{1}{2}\cdot\frac{\left[q\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right) - S_A\right]^2}{q\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)} c_1 T + k\frac{D}{q} + \frac{1}{2}\frac{S_A^2 c_2 T}{q\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)}}$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = 0 \text{ y } \frac{\partial CTE}{\partial S_A} = 0 \Rightarrow \boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2kD}{Tc_1\left(1-\frac{d}{p}\right)}}\cdot\sqrt{\frac{c_1+c_2}{c_2}}}$$

$$SA_o = \frac{C_1 q_o \left(1-\frac{d}{p}\right)}{C_1 + C_2} \quad ; \quad S_o = q_o\left(1-\frac{d}{p}\right) - SA_o$$

y

$$\boxed{CTE_o = bD + \sqrt{2KDTC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1+C_2}}}$$

Si $LT \leq t_d \Rightarrow S_R = LT.d - S_A$

Si $LT > t_d \Rightarrow S_R = (t-LT)(p-d) - S_A$

※ Reposición no instantánea con costos de agotamiento de ≠ tipo:

- C_2 depende de q y t
- f depende de q
- F sólo depende de si hay agotamiento

$$CTE_i^o = bq + \frac{1}{2} S C_1 t_1 + \frac{1}{2} S_A C_2 t_2 + K + S_A f_2 + F_2 \quad \text{y} \quad S = q \cdot \left(1-\frac{d}{p}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{CTE = bD + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left[q\left(1-\frac{d}{p}\right) - S_A\right]^2}{q\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)} C_1 T + \frac{1}{2} \frac{S_A^2}{q\left(1-\frac{d}{p}\right)} \cdot C_2 T + K\frac{D}{q} + (S_A f_2 + F)\frac{D}{q}}$$

$$\boxed{q_o = \sqrt{\frac{2(K + F_2 I_F)\cdot D}{TC_1\left(1-\frac{d}{p}\right)} - \frac{(f_2 D)^2}{C_1(C_1+C_2)}} \cdot \sqrt{\frac{C_1+C_2}{C_2}}}$$

$$\boxed{SA_o = \frac{(C_1 q_o - f_2 D)\cdot\left(1-\frac{d}{p}\right)}{(C_1+C_2)}} \qquad \boxed{S_o = q_o\left(1-\frac{d}{p}\right) - SA_o}$$

⇒ Modelo general:

$$\boxed{CTE = bD + \frac{1}{2}\frac{\left[q\left(1-\frac{d}{p}\right)-S_A\right]^2}{q\left(1-\frac{d}{p}\right)} c_1 T + \frac{1}{2}\frac{S_A^2\, c_2}{q\left(1-\frac{d}{p}\right)} T_1 \left(K + S_A f_2 + F_2\right)\frac{D}{q} \pm S_p\, c_1 T}$$

$$\boxed{q_0 = \sqrt{\frac{2(K+F_2)D}{T c_1\left(1-\frac{d}{p}\right)} - \frac{(f_2 D)^2}{c_1(c_1+c_2)}} \cdot \sqrt{\frac{c_1+c_2}{c_2}}}$$

$$\boxed{SA_0 = \frac{(c_1 q_0 - f_2 D)\left(1-\frac{d}{p}\right)}{(c_1+c_2)}}$$

$$\boxed{S_0 = q_0\left(1-\frac{d}{p}\right) - SA_0}$$

$$\boxed{S_{máx\,0} = S_p + S_0}$$

LT cota' justo antes del periodo de demanda

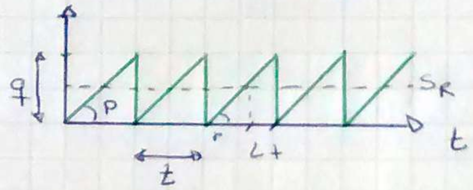
Capítulo 6 ⇒ "Reaprovisionamiento constante"

Sistemas donde el ingreso es cte, mientras la descarga se realiza de manera instantánea o durante un periodo de t a una tasa mayor que la de ingreso.

⇒ objetivo = determinar el lote de descarga del depósito que minimice el costo total esperado.

* Descarga instantánea sin S_P y sin capacidad de vacío de seguridad

P ⇒ producción referida a un periodo.



$$CTE_i = bq + \frac{1}{2} q c_1 t + k \qquad n = \frac{P}{q} = \frac{T}{t}$$

$$CTE = bP + \frac{1}{2} q c_1 T + k\frac{P}{q} \Rightarrow \frac{\partial CTE}{\partial q} = 0 : \quad q_0 = \sqrt{\frac{2kP}{T c_1}}$$

$$CTE_0 = bP + \sqrt{2kPTc_1}$$

$$S_R = q_0 - LT \cdot p$$

* con stock de seguridad ⇒ q_0 no cambia

$$CTE' = CTE + S_p c_1 T$$

$$CTE_0' = CTE_0 + S_p c_1 T$$

$$S_R = S_p + q_0 - L_T * p$$

$$S_{máx} = S_p + q_0$$

* vacío de seguridad ⇒

$$S_D = S_{MAX} + S_E$$ → espacio extra de almacenamiento

* Descarga no instantánea ⇒ $S = q\left(1 - \frac{p}{d}\right)$ $\qquad q = t_1 d\,(d-p)$

$$CTE = bP + \frac{1}{2} q\left(1 - \frac{p}{d}\right) c_1 T + k\frac{P}{q}$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{2kP}{T c_1 \left(1 - \frac{p}{d}\right)}}$$

LT → $< t_{1p}$: $S_R = p(t_{1p} - LT)$

$> t_{1p}$: $S_R = (LT - t_{1p})(d-p)$

Capítulo 7 ⇒ "Parámetros variables con cantidad a adquirir"

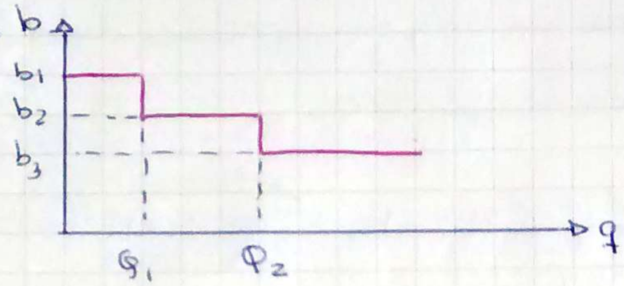
* Precio de adquisición variable con descuentos discretos ⇒

Hipótesis ⇒ un único ítem, D indep y conocida, LT, $S_p = 0$, rep instantánea, planeamiento a largo plazo, $c_2 \to \infty$, $b = f(q)$
c_1 y k son indep de q, ...

Parámetros ⇒ D, b, c_1, K, T, LT

Variables ⇒ q, t, CTE, SR.

modelización:

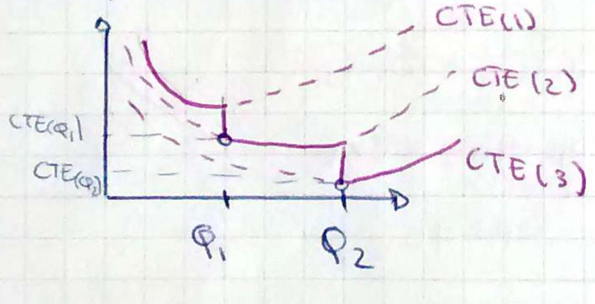


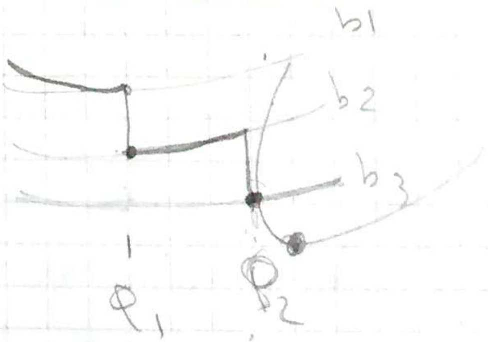
$$CTE_{(i)} = b_i D + \frac{1}{2} q (c_1' + b_i \cdot i) T + k \frac{D}{q}$$

$$\underbrace{q_{o(i)} = \sqrt{\frac{2kD}{T(c_1' + b_i\, i)}} \qquad CTE_{o(i)} = b_i D + \sqrt{2kDT(c_1' + b_i \cdot i)}}$$

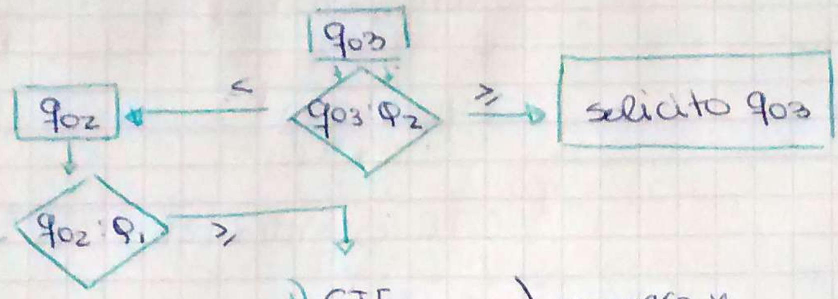
depende de qué b_i vale.

⇒ Tengo tres curvas de CTE con líneas punteadas pero relleno las partes donde éstas tienen definido el dominio.





Para resolver debo comparar los valores de los puntos críticos.



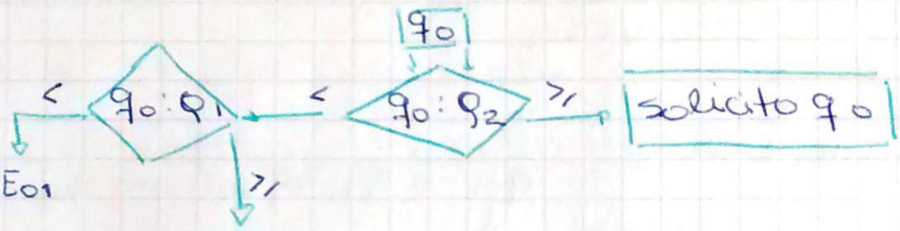
1) CTE_{02}
2) $CTE(Q_2, b_3)$

compraro y solicito el de menor costo

1) CTE_{01}
2) $CTE(Q_1, b_2)$
3) $CTE(Q_2, b_3)$

comparo y solicito el de menor costo

En los casos en que el costo de capital inmovilizado sea despreciable $(i=0)$: $q_{03} = q_{02} = q_{01} = q_0$.



1) CTE_{01}
2) $CTE(Q_1, b_2)$
3) $CTE(Q_2, b_3)$

comparo y selecciono el de menor costo

1) CTE_{02}
2) $CTE(Q_2, b_3)$

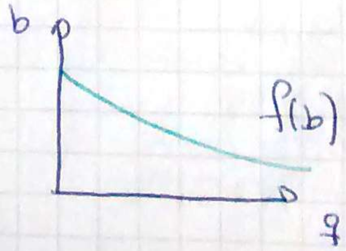
comparo y selecciono el de menor costo.

* Descuentos continuos de precio de adquisición: $b = f(q)$

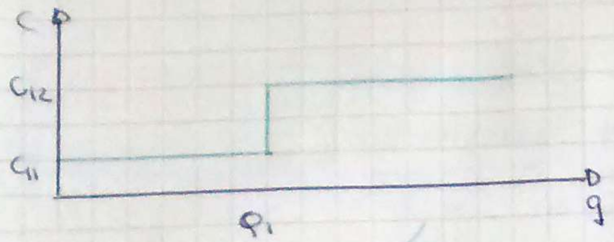
$$CTE = f(q)\,D + \frac{1}{2}\, q\,(c_1' + f(q)\,i)\,T + k\,\frac{D}{q}$$

$$\frac{\partial CTE}{\partial q} = 0 \ !!$$

$$b = \frac{A}{B+q}$$



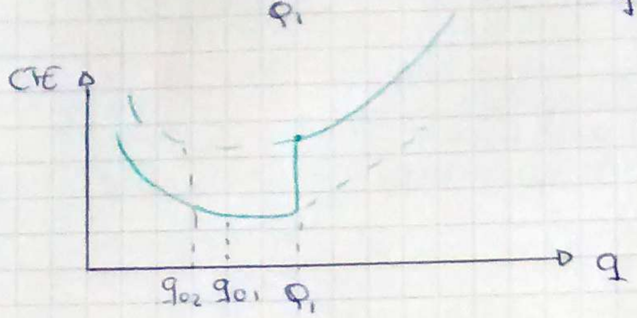
* Costo de mantenimiento operativo variable ⇒



$$CTE_{(i)} = bD + \frac{1}{2} q\, C_{1i} T + k\frac{D}{q}$$

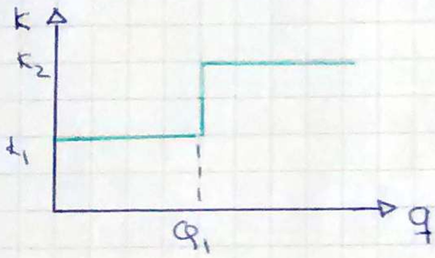
$$q_{0i} = \sqrt{\frac{2kD}{TC_{1i}}}$$

$$CTE_{0(i)} = bD + \sqrt{2kDTC_{1i}}$$



* Calculo q_{01} → si es menor que Q_1 ✓ uso q_{01}
↳ si es mayor que Q_1 → $Q_1 > q_{02}$, adquiero Q_1
→ $Q_1 < q_{02}$
comparo
CTE_{Q_1} y CTE_{0_2}

* Costo de orden variable ⇒



$q_{01} \leq Q_1$ ⇒ solicito q_{01}
↓
$\geq Q_1$ → comparo CTE_{Q_1} y CTE_{0_2}

* Descuentos incrementales de costos de adquisición ⇒

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$q_1 \leq Q_1 I_1$$

$$q_2 \leq (Q_2 - Q_1) I_2$$

$$q_3 \leq (M - Q_3) I_3$$

$CTE = \sum CTE_i$

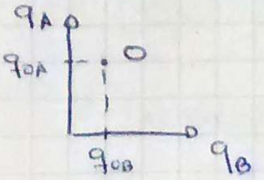
$$\underbrace{\begin{array}{ll} I_1 \geq I_2 & q_1 \geq Q_1 I_2 \\ I_2 \geq I_3 & q_2 \geq (Q_2 - Q_1) I_3 \end{array}}$$

Para que si se activa la sig. estas estén en el tope.

Capítulo 8 ⇒ "Varios ítems"

* sin restricciones: se obtiene optimizando cada uno por separado.

CTE_{0i} i = numero de item ⇒ $CTE_0 = \sum CTE_{0i}$



O es el punto de combinación óptima de las unidades A y B.

* con restricciones:

Un problema de PM de la siguiente forma:

$MIN\ (o\ MAX) = f(x_1, x_2, \dots x_n)$

Sujeto a: $g_1(x_1, x_2 \dots x_n) = b_1$

$g_m(x_1, x_2 \dots x_n) = b_m$

donde $x_i \geq 0$ se puede resolver aplicando la Función de Lagrange:

$$L = \underbrace{f(x_1, x_2, \dots x_n)}_{CTE} + \sum_{i=1}^{m} \delta_i [g_i(x_1, x_2 \dots x_n) - b_i]$$

↳ multiplicadores de Lagrange

La solución de este problema se encuentra al:

$$\left.\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \quad y \quad \frac{\partial L}{\partial \delta_i} = 0 \right\} \quad \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \ ⊕ \ \delta_i \cdot [g_i(x_1, x_2, \dots x_n - b_i] = 0$$

$$⊕ \ \delta_i \geq 0$$

a. multi-items con restricción de igual ⇒

Primero me fijo si el lote óptimo cumple la restricción! si lo hace, listo.
Si no ↓

$CTE(A, B)$ y $\frac{D_A}{q_A} + \frac{D_B}{q_B} = TO$ (ejemplo de g_i)

Escribo L → $\frac{\partial L}{q_A} = 0 \Rightarrow q_A = f(\dots)$

↳ $\frac{\partial L}{q_B} = 0 \Rightarrow q_B = f(\dots)$

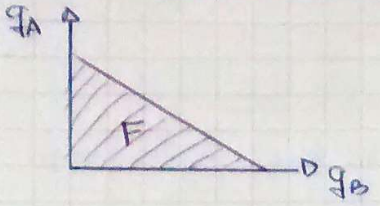
↳ $\frac{q_A}{q_A} + \frac{D_B}{q_B} = TO$

δ representa un valor marginal

$\delta > 0$: CTE se reducirá si se aumenta TO

$\delta < 0$: CTE se reducirá si se reduce TO.

b. multi-items con una restricción de menor o igual:



$b_A q_A + b_B q_B \leq TM$

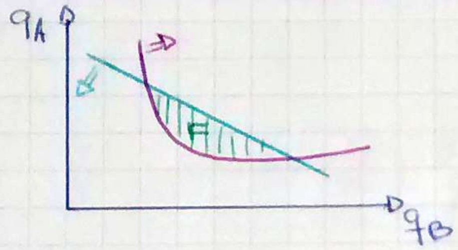
Si q_{0A} y q_{0B} cumplen la restricción ✓

Sino, planteo Lagrange:

- si $\lambda = 0 \Rightarrow q_{0A}$ y q_{0B}
- si $\lambda > 0 \Rightarrow b_A q_A + b_B q_B = TM$

y se resuelven las ecuaciones.

c. multi-items con varias restricciones:



CTE(A,B)

$V_A q_A + V_B \cdot q_B \leq V$

$\underbrace{t_A \cdot \frac{D_A}{q_A} + t_B \frac{D_B}{q_B}}_{\text{tiempo req. para hacer un lote}} \leq TD$

Primero calculo q_{0A} y q_{0B}, si cumplen ✓

Sino planteo Lagrange $\rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \Rightarrow$ lote óptimo

- $\rightarrow \lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 \geq 0 \Rightarrow$ hay sobrante de la restricción 1
- $\rightarrow \lambda_1 > 0$ y $\lambda_2 = 0 \Rightarrow$ hay sobrante de la restricción 2
- $\rightarrow \lambda_1 > 0$ y $\lambda_2 > 0 \Rightarrow$ ambas restricciones están saturadas.

$\lambda_1 \equiv$ disminución del CTE por c/unidad incremental de volumen que se pueda disponer

$\lambda_2 \equiv$ disminución del CTE por c/unidad de tiempo incremental de preparación que se pueda adicionar

d. Restricciones de entregas conjuntas:

* $n_A = n_B \Rightarrow \frac{D_A}{q_A} = \frac{D_B}{q_B} \Rightarrow \frac{D_A}{q_A} - \frac{D_B}{q_B} = 0$

* Si deben ser discretas y es el mismo proveedor $\frac{n_A}{n_B} = 2{,}55$ $\nearrow$ CTE(2) $\searrow$ CTE(3)

e. Modelo TI-TO ⇒ total de dinero promedio a Inmovilizar
- total de ordenes a emitir

A) optimizar Ti sujeto a TO:

$TI = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i b_i \Rightarrow \min$

sujeto a $TO = \sum_i \frac{D_i}{q_i}$

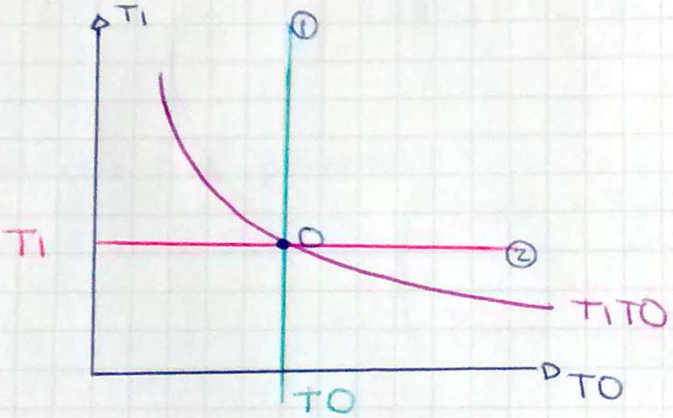
Planteo Lagrange:

$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow q_{oi} = \sqrt{\frac{2\lambda D_i}{b_i}}$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow TO = \sum_i \frac{D_i}{q_{oi}}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{\left[\sum_i \sqrt{D_i b_i}\right]^2}{2\, TO^2}$ ⊕ $q_{oi} = \sqrt{\frac{2\lambda D_i}{b_i}}$

$\boxed{TI_0 = \lambda TO}$ y $T_{I_0} \cdot T_O = cte = \frac{1}{2}\left[\sum \sqrt{D_i b_i}\right]^2$ (curva TiTo)



$\lambda_1 \Rightarrow$ es lo que disminuye Ti por cada unidad que relajo TO (por más órdenes a emitir)

$\lambda_2 \Rightarrow$ es lo que disminuye TO si relajo Ti. (si tengo ⊕ Ti para invertir)

B) optimizar TO sujeto a Ti:

$TO = \sum_i \frac{D_i}{q_i} \Rightarrow \min$

sujeto a $T_i = \sum \frac{1}{2} q_i b_i$

Planteo Lagrange:

$\frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow q_{oi} = \sqrt{\frac{2 D_i}{\mu b_i}}$

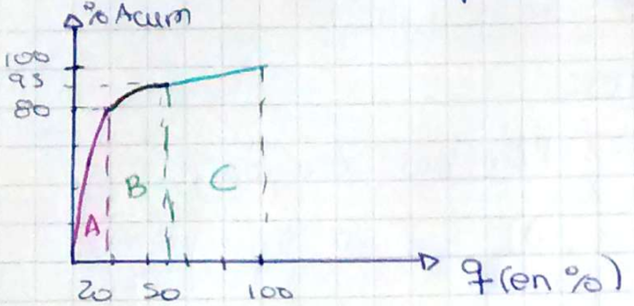
$\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow T_i = \sum \frac{1}{2} q_i b_i$

$\Rightarrow \mu = \frac{\left[\sum_i \sqrt{D_i b_i}\right]^2}{2\, TI^2}$

$\boxed{TO_0 = \mu TI}$

$\boxed{\lambda = \frac{bK}{Tq}}$ si no hay otra restricción

Curva ABC ⇒ Pareto. "El 80% de la riqueza de una población se reparte solamente en alrededor de un 20% de la misma, mientras que el 20% restante de la riqueza se distribuía entre el 80% de R"



¿cómo separo los productos?

1 ⇒ calculo Demanda Valorizada (D.V) y ordeno en forma decreciente

2 ⇒ calculo % sobre Demanda Valorizada

3 ⇒ calculo % acumulado de DV y cant. de items % acum.

Capítulo 9 ⇒ "Demanda aleatoria"

\# período único. unidades discretas ⇒

$Ce = b - pR$ ⇒ costo remanente por haber sobreestimado la demanda

↳ precio de reventa "valor de rezago"

f_2 ⇒ costo de agotamiento por unidad

$$\boxed{CTE(s) = \sum_{0}^{s} (s-x) \cdot Ce \; p(x) + \sum_{s+1}^{\infty} (x-s) f_2 \cdot p(x)}$$

prob de que x esté entre 0 y s

↳ prob de que x esté entre s+1 e ∞

Operando se obtiene:

$$\boxed{p(x \leq S_0 - 1) \leq \frac{f_2}{Ce + f_2} \leq p(x \leq S_0)}$$

uso los extremos de esta ecuación

Análisis post-optimal:

$$\begin{cases} f_{2MAX} = \dfrac{P(x \leq S_0) Ce}{1 - p(x \leq S_0)} \\ \\ f_{2MIN} = \dfrac{P(x \leq S_0 - 1) \cdot Ce}{1 - p(x \leq S_0 - 1)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ce_{max} = \dfrac{[1 - P(x \leq S_0 - 1)] f_2}{P(x \leq S_0 - 1)} \\ \\ Ce_{MIN} = \dfrac{[1 - P(x \leq S_0)] f_2}{P(x \leq S_0)} \end{cases}$$

\# período único. unidades continuas.

$$F(x) = \frac{f_2}{Ce + f_2} \quad y \quad F(x) = \int_0^x f(x) \cdot dx$$

* período único. unidades discretas. costo de mantenimiento.

$$CTE(s) = \sum_{0}^{s} (s-x)\, c_e\, p(x) + \sum_{0}^{s} \frac{s+(s-x)}{2} c_1\, p(x) + \sum_{s+1}^{\infty} (x-s)\, f_2\, p(x) + \sum_{s+1}^{\infty} \frac{s}{2} c_1\, t_1\, p(x)$$

* períodos fijos. unidades discretas. Stock máximo.

$$CTE(s) = \sum_{0}^{s} \left(\frac{s+(s-x)}{2} \right) . c_1\, p(x) + \sum_{s+1}^{\infty} \frac{s}{2} c_1\, t_1\, p(x) + \sum_{s+1}^{\infty} \frac{(x-s)}{2} c_2\, t_2\, p(x)$$

$$t_2 = \frac{x-s}{x}$$

$$t_1 = \frac{s}{x}$$

Operando se obtiene:

$$\boxed{L(s_0 - 1) \leq \frac{c_2}{c_1 + c_2} \leq L(s_0)}$$

$$\boxed{L(s) = p(x \leq s) + \sum_{s+1}^{\infty} \frac{p(x)}{x} \left(s + \frac{1}{2} \right)}$$

Los criterios de minimización utilizados fueron:

$$CTE(s+1) - CTE(s) \geq 0$$

$$CTE(s) - CTE(s-1) \leq 0$$

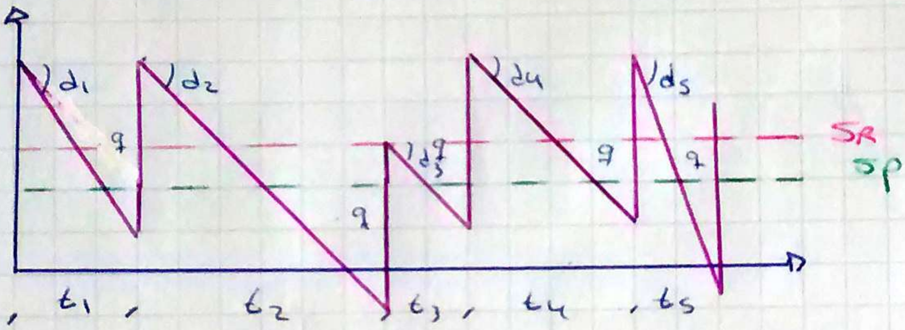
Capítulo 10 ⇒ "Administración de inventarios"

1 ⇒ Programación "MULTI-TIME"

$$\boxed{S_i - S_{i-1} - P_i + V_i = 0}$$

2 ⇒ Criterios de reaprovisionamiento con demanda aleatoria:

a. sistema Q (q cte, t variable)



$$S_R = S_p + \bar{d}_{LT}$$

$\bar{d}_{LT} = \bar{d} \times \overline{LT}$

↳ distribución normal: $F_S = F_N \left(\overbrace{\frac{S_R - \bar{d}_{LT}}{\sigma_{LT}}}^{Z} \right)$

$Z\sigma_{LT}$

b. sistema P (t cte, q variable)

$$q = S_p - S_M + d_i (t_p + LT)$$