

Pregunta 3

Incorrecta

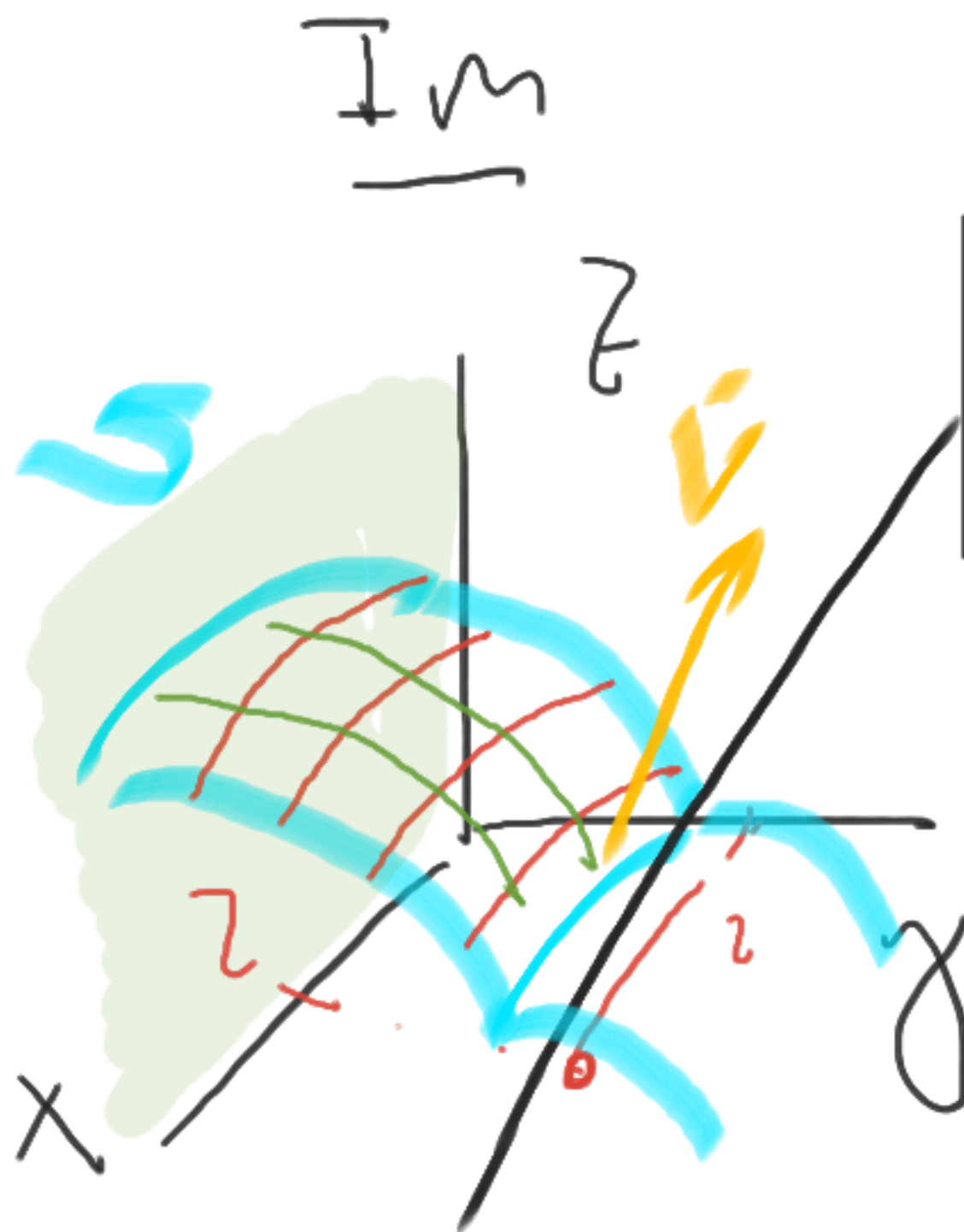
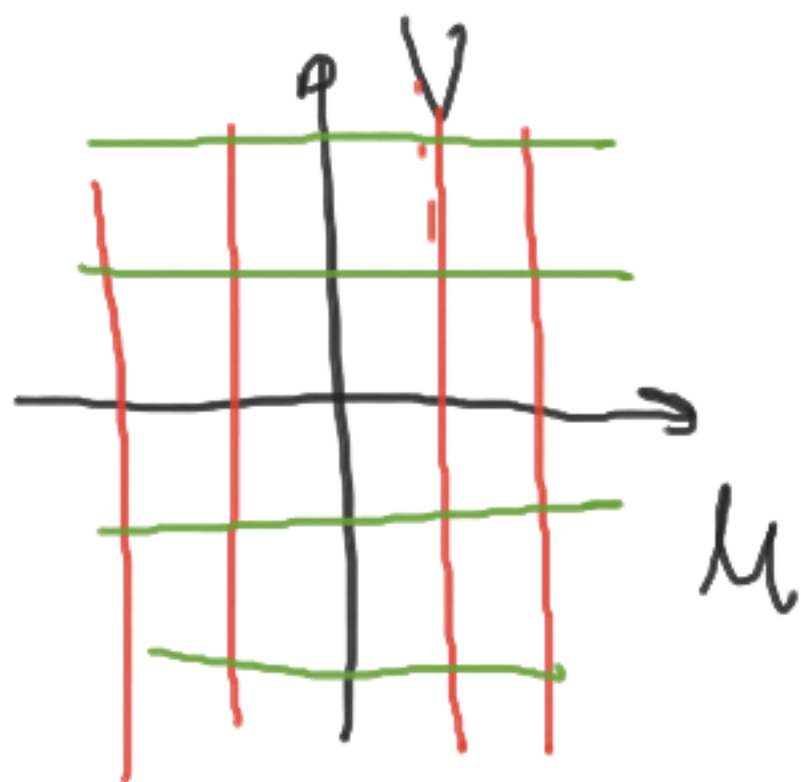
Puntúa como 1

Sea Σ la superficie parametrizada por $\vec{\phi}(u, v) = (u + v, 2uv, u - v^2)$, con $u^2 + v^2 \leq 4$.

Entonces se puede afirmar que:

Su recta normal en $(2, 2, 0)$ corta al plano xz .

Dom



$$\mathcal{L}_N: t \vec{v} + \vec{P}$$

$$t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{P} = (2, 2, 0)$$

$y=0$

$$\vec{\phi}(u, v) = (u + v, 2uv, u - v^2)$$

$$\vec{V} = \vec{\phi}_u \times \vec{\phi}_v$$

$$u^2 + v^2 \leq 4$$

$$\hookrightarrow \vec{\phi}_u = (1, 2v, 1)$$

$$\vec{\phi}_v = (1, 2u, -2v)$$

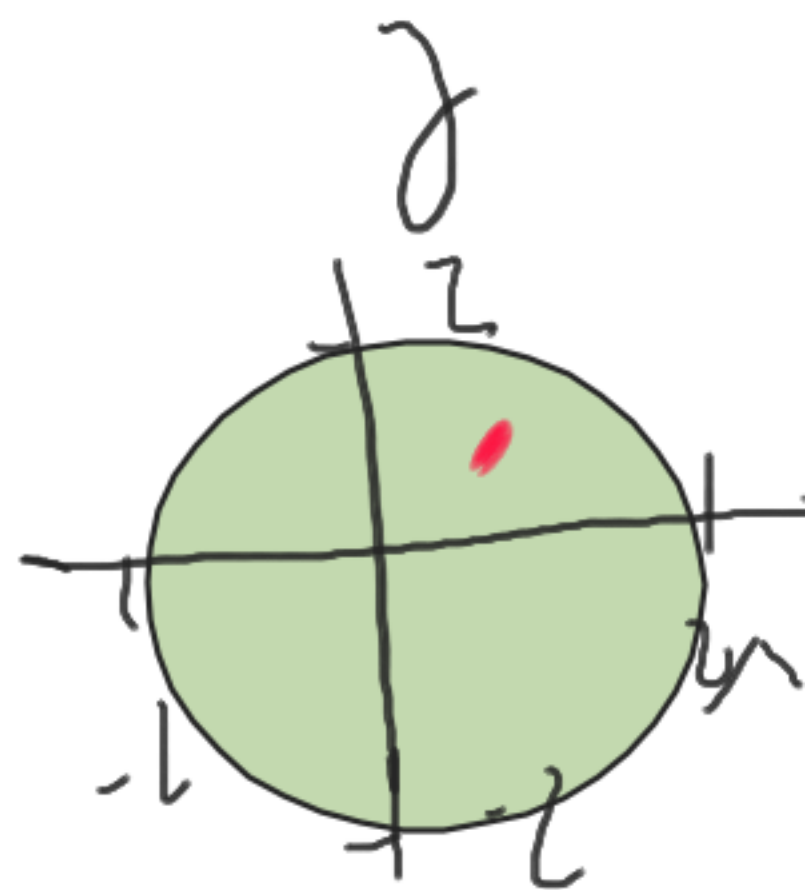
$$\vec{P} = (2, 2, 0)$$

$$\frac{u_0, v_0}{\epsilon} \Rightarrow$$

$$u_0 + v_0 = 2$$

$$2u_0 v_0 = 2$$

$$u_0 - v_0^2 = 0$$



$$\{a + b = 2, 2ab = 2, a - b^2 = 0\}$$

$$a = 1, \quad b = 1$$

$$\vec{p}_u = (1, 2, 1), \quad \vec{p}_v = (1, 2u, -2v) \quad (\mu_0, \nu_0) = (1, 1)$$

$$p_u = (1, 2, 1), \quad p_v = (1, 2, -2)$$

$$\vec{v} = p_u \times p_v = (-6, 3, 0)$$

$$\mathbb{L}_N: t \vec{v} + \vec{p}$$

$y = 0$

$$\mathbb{L}_N: t(-6, 3, 0) + (2, 2, 0)$$

$$(-6t + 2, 3t + 2, 0)$$

$$y = 0 \quad 3t + 2 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} t = -\frac{2}{3} \end{array} \right|$$

$$(4, 0, 0)$$

Sean $f(x, y) = x^2 + y^2 + [g(x, y)]^2$, con $g \in C^2(\mathbb{R}^2)$, y sea C la curva de ecuación

$\vec{X} = \vec{\gamma}(t) = (1 + t^2 + t, t - 1)$, $t \in \mathbb{R}$. Si $p(x, y) = 2x^2 - 3xy - 4x + y^2 - 3$ es el polinomio de Taylor de 2do orden de g centrado en $P = (1, -1)$ y \vec{v} es el versor tangente a la curva C en P , cuya primera componente es negativa, entonces $f'(P, \vec{v})$ vale:

La respuesta correcta es:

$$-2\sqrt{2}.$$

Derivada direccional de f en el punto P en la dirección del versor \vec{v}

(14) **Proposición.** Si $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en \mathbf{x}_0 , entonces existe la derivada de f en \mathbf{x}_0 en cualquier dirección y $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_0) = \nabla f(\mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{v}$.

f es dif?



si

$$f(x, y) = \underbrace{x^2 + y^2}_{\text{dif}} + \underbrace{[g(x, y)]^2}_{g \in C^2(\mathbb{R}^2)}$$

dif
 \equiv

$g \in C^2(\mathbb{R}^2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_0) = \nabla f(\mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{v}$$

recta tangente a C en P?

$$\mathbb{L}_{T_y}^C : t \bar{\mathbf{v}} + \bar{\mathbf{p}}$$

Paso 1: hallo v

$$\vec{X} = \vec{\gamma}(t) = (1 + t^2 + t, t - 1), t$$

$\bar{\mathbf{v}}$ es el versor tangente a la curva C en P, cuya primera componente es negativa,

$$P = (1, -1)$$

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\gamma}'(T_0)$$

$$T_0 \in \mathbb{R} /$$

$$\bar{\gamma}(T_0) = \bar{\mathbf{p}}$$

$$(1 + T_0^2 + T_0, T_0 - 1) = (1, -1)$$

$$T_0 - 1 = -1$$

$$\sqrt{T_0 = 0}$$

$$\vec{\gamma}(t) = (1 + t^2 + t, t - 1) \quad \gamma'(0) = \sqrt{2}$$

$$\gamma'(t) = (2t + 1, 1), \quad \vec{\gamma}'(0) = (1, 1)$$

$$\int_P^C \langle \vec{T}, \vec{y} \rangle : t \vec{v} + \vec{p} \Rightarrow$$

$$\int_P^C t(-1, -1) + (1, -1)$$

$$\|\vec{v}\| = 1!$$



$$\hat{\vec{v}} = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}} \right)$$



Paso 2: $\nabla f(\mathbf{x}_0)$ $f(x, y) = x^2 + y^2 + [g(x, y)]^2$

$$\nabla f(x, y) = (x, y)$$

$$P = (1, -1)$$

$$\nabla f = \left(2x + 2g \cdot g_x, 2y + 2g \cdot g_y \right)$$

$$g \approx P_y = -1$$

$$g \approx P_x = 3$$

$$p(x, y) = 2x^2 - 3xy - 4x + y^2 - 3$$

$$P_x = 4x - 3y - 4$$

$$P_y = -3x + 2y$$

$$\nabla p = (12, -8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(\mathbf{x}_0) = \nabla f(\mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{v}.$$

$$\nabla f = (12, -8)$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(p) = -\frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{-4}{\sqrt{2}} = \frac{-2 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{-2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{-2\sqrt{2}}$$

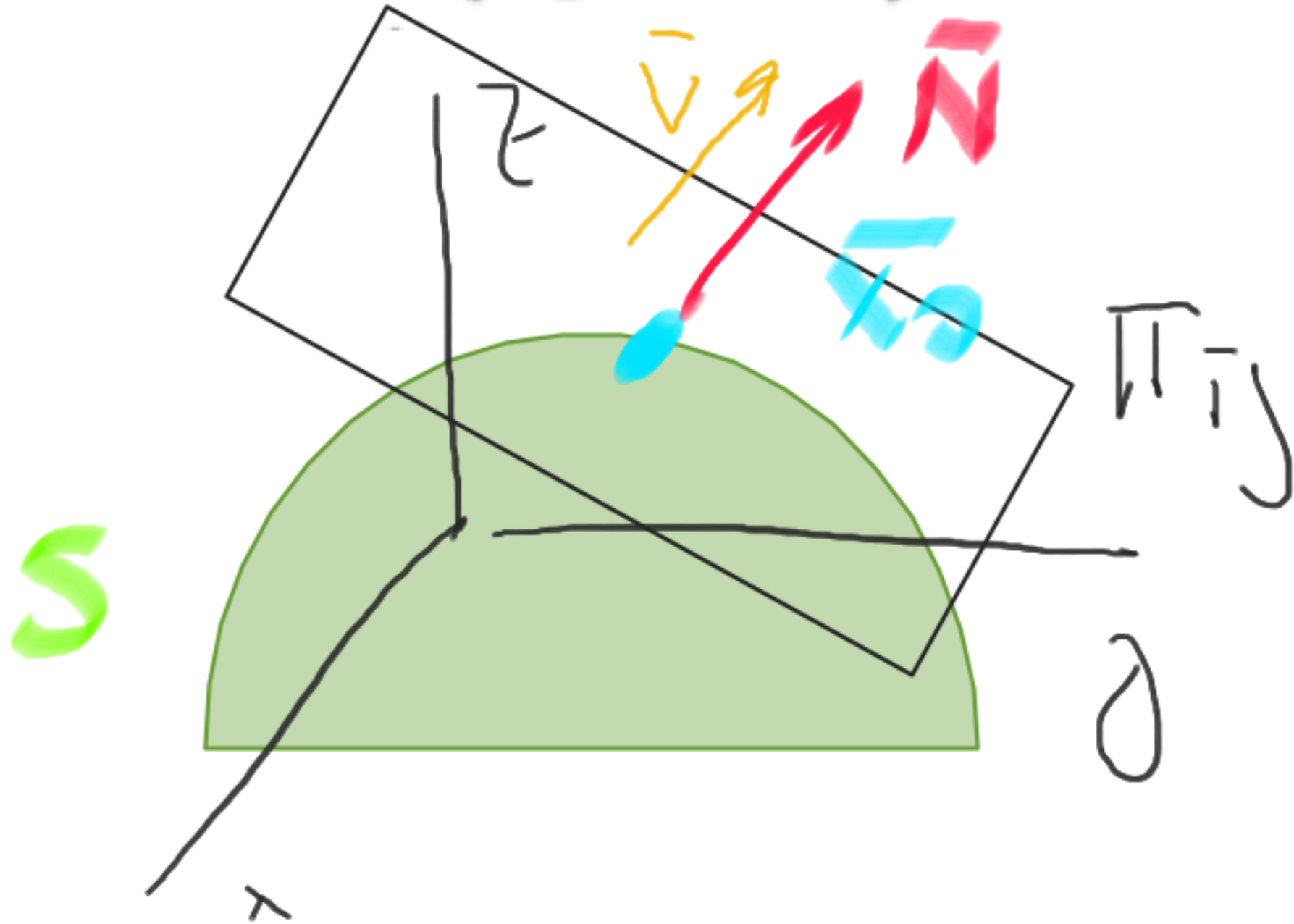
Sea Π el plano tangente a la superficie de ecuación $\text{sen}(xy + b^2z) = 0$ en el punto $(2, \pi/2, 0)$. Si $\vec{v} = (\pi, 4, 2)$ es normal a Π entonces el/los posibles valores de b es/son:

La respuesta correcta es:

1. -1.

$$F(x, y, z)$$

$$\text{sen}(xy + b^2z) = 0$$



Superficie de nivel

$$F(x, y, z) = 0$$

$$\Pi: \vec{N} \cdot (\vec{x} - \vec{x}_0) = 0$$

$$\vec{N} = \nabla F(\vec{x}_0)$$

$$\vec{v} \parallel \vec{N}$$

$$F = \sin(xy + b^2 z) \quad \leadsto \quad \vec{\nabla} F = (y \cdot \cos(\dots), x \cdot \cos(\dots), b^2 \cos(\dots))$$

$$(2, \pi/2, 0)$$

$$\vec{\nabla} F(2, \frac{\pi}{2}, 0) = \left(\frac{+\pi}{2}, +2, -b^2 \right) \quad \times -2$$
$$\vec{v} = (\pi, 4, 2)$$

$$+2b^2 = 2$$

$$b^2 = 1$$

$$\boxed{b = \pm 1}$$

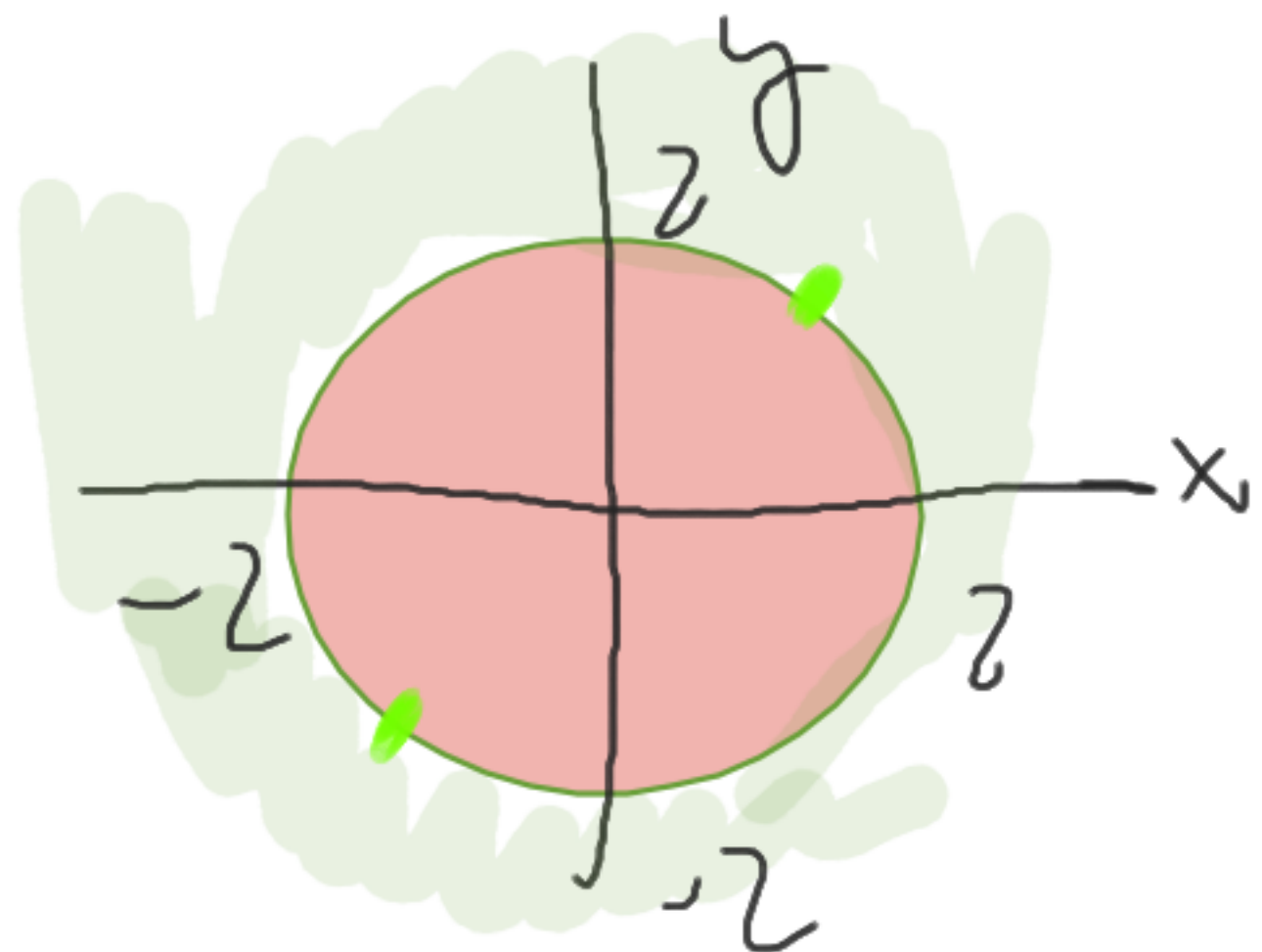
Dado el campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x, y) = \begin{cases} xy & \text{si } x^2 + y^2 < 4 \\ -2 & \text{si } x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases} \quad \begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$$

El campo f no tiene máximo absoluto.

Paso 1: hallar puntos criticos; $f_x=f_y=0$

Paso 2: clasificarlos con criterio de matriz hessiana



maximize

function	xy
domain	$x^2 + y^2 < 4$

$$\max\{xy \mid x^2 + y^2 < 4\} \approx 2. \text{ at } (x, y) \approx (\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$\max\{xy \mid x^2 + y^2 < 4\} \approx 2. \text{ at } (x, y) \approx (-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$$

No hay maximo local

f es acotada superiormente

minimize

function	$x y$
domain	$x^2 + y^2 < 4$

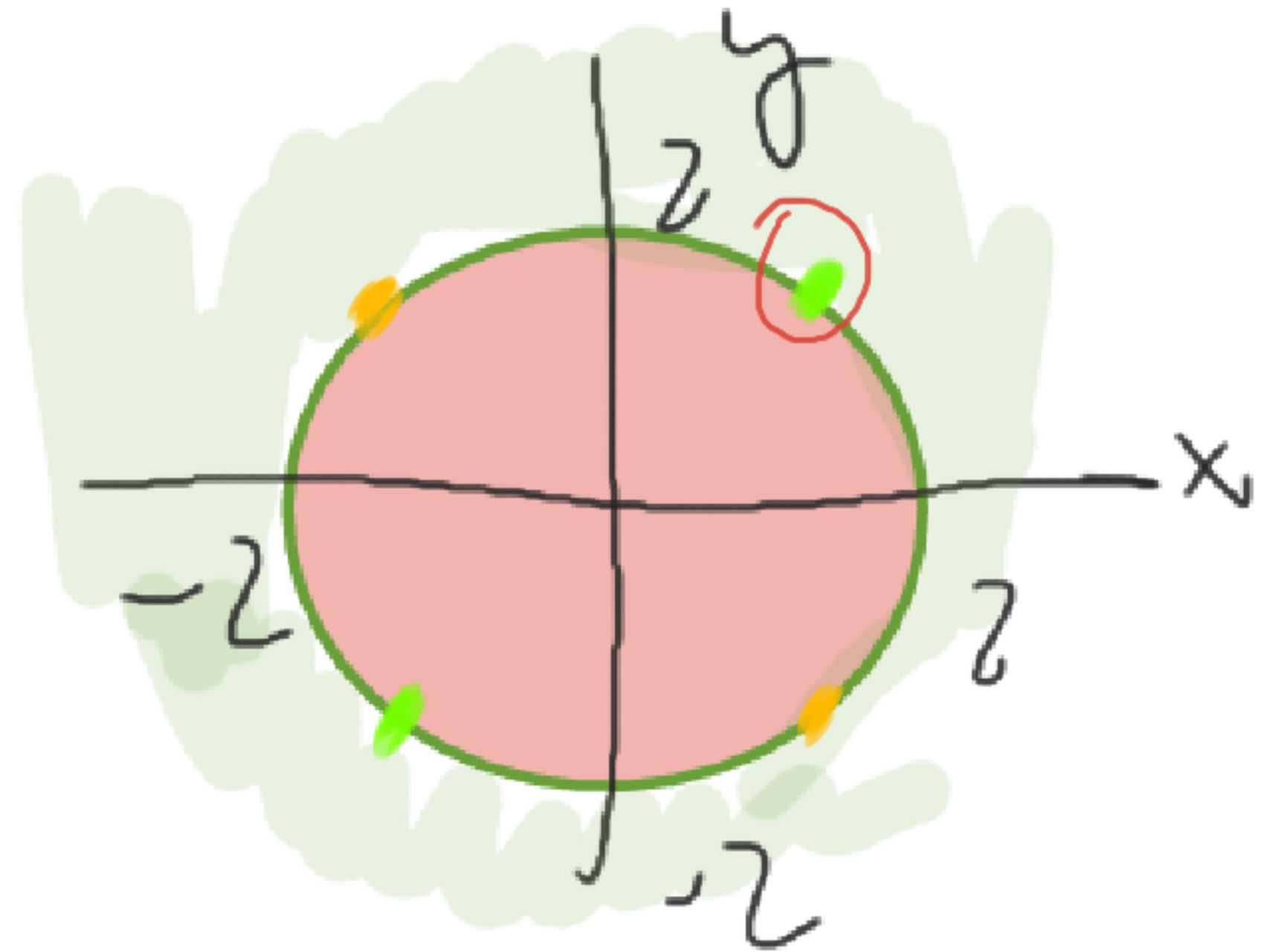
f es acotada superior e inferiormente

- a. El máximo absoluto del campo f es 2.
- b. El campo escalar f no es acotado.
- c. El plano tangente al gráfico de f en $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, -2)$ es par
- d. El campo f no tiene máximo absoluto.
- e. Ninguna de las restantes proposiciones es verdadera.

Local minima

$$\min\{x y \mid x^2 + y^2 < 4\} = -2 \text{ at } (x, y) \approx (-1.41421, 1.41421)$$

$$\min\{x y \mid x^2 + y^2 < 4\} \approx -2. \text{ at } (x, y) \approx (1.41421, -1.41421)$$



Sea $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Si $2x + y + 2z = 5$ es la ecuación del plano tangente al gráfico de f en $(0, 1, f(0, 1))$, entonces la máxima derivada direccional de f en $(0, 1)$ es:

f admite plano tan $\implies f$ es dif \implies max derivada direccional::

(15) **Proposición.** Con las hipótesis anteriores, si además $\nabla f(x_0) \neq \mathbf{0}$, entonces existe la derivada direccional máxima de f en \mathbf{x}_0 , vale $\|\nabla f(\mathbf{x}_0)\|$ y se alcanza en la dirección $\mathbf{v} = \frac{\nabla f(\mathbf{x}_0)}{\|\nabla f(\mathbf{x}_0)\|}$.

Plano tangente: $2x + y + 2z = 5$

$\vec{N} = (2, 1, 2)$

$x = -2$

$\vec{N} \cdot (\vec{x} - \vec{x}_0) = 0$

$\vec{N} = (x, y, -1)$

$-2(x = 2) \implies x = -1$

$-2(y = 1) \implies y = -1/2$

$$\vec{v} = (-1, -1/2) \Rightarrow \|\vec{v}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-1/2)^2} = \sqrt{1 + 1/4}$$
$$\|\vec{v}\| = \sqrt{5/4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

La respuesta correcta es:

$$\sqrt{5}/2.$$

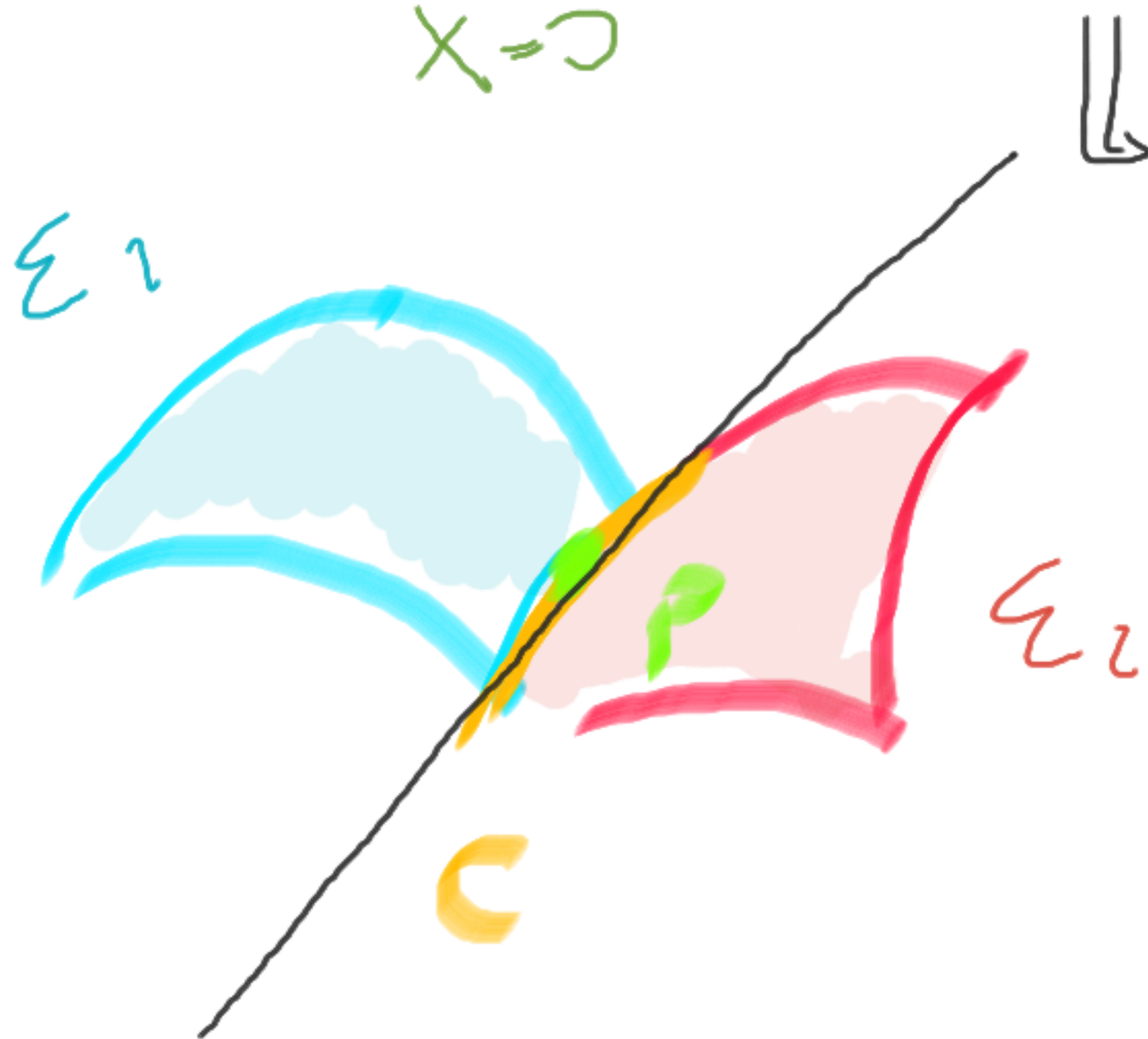
Sea C la curva intersección de las superficies $\Sigma_1 : x^2 + y^2 - z^2 = -7$ y $\Sigma_2 : 3x^2 + y^2 + z^2 - 13 = 0$ y sea L la recta tangente a C en $P = (1, 1, 3)$. Entonces:

Sup de nivel

La respuesta correcta es:

L corta al plano yz en el punto $(0, 3, 10/3)$

$$x=0$$



$$\mathbb{R}^3 : t \vec{v} + \vec{p}$$

$$\vec{v} = \vec{e}_1 \times \vec{e}_2$$

$$\vec{v} \cdot \vec{e}_1 = (2x, 2y, -2z) \Rightarrow (2, 2, -6)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{e}_2 = (6x, 2y, 2z) \Rightarrow (6, 2, 6)$$

$$\vec{v} = \underline{(24, -48, -8)}$$

$$\Downarrow : \lambda (24, -48, -8) + (1, 1, 3) = (\underbrace{24\lambda + 1}_{=0}, \underbrace{-48\lambda + 1}_0, \underbrace{-8\lambda + 3}_t)$$

$$24\lambda + 1 = 0$$

$$\left[\begin{array}{c} \lambda = -\frac{1}{24} \\ \hline 24 \end{array} \right]$$

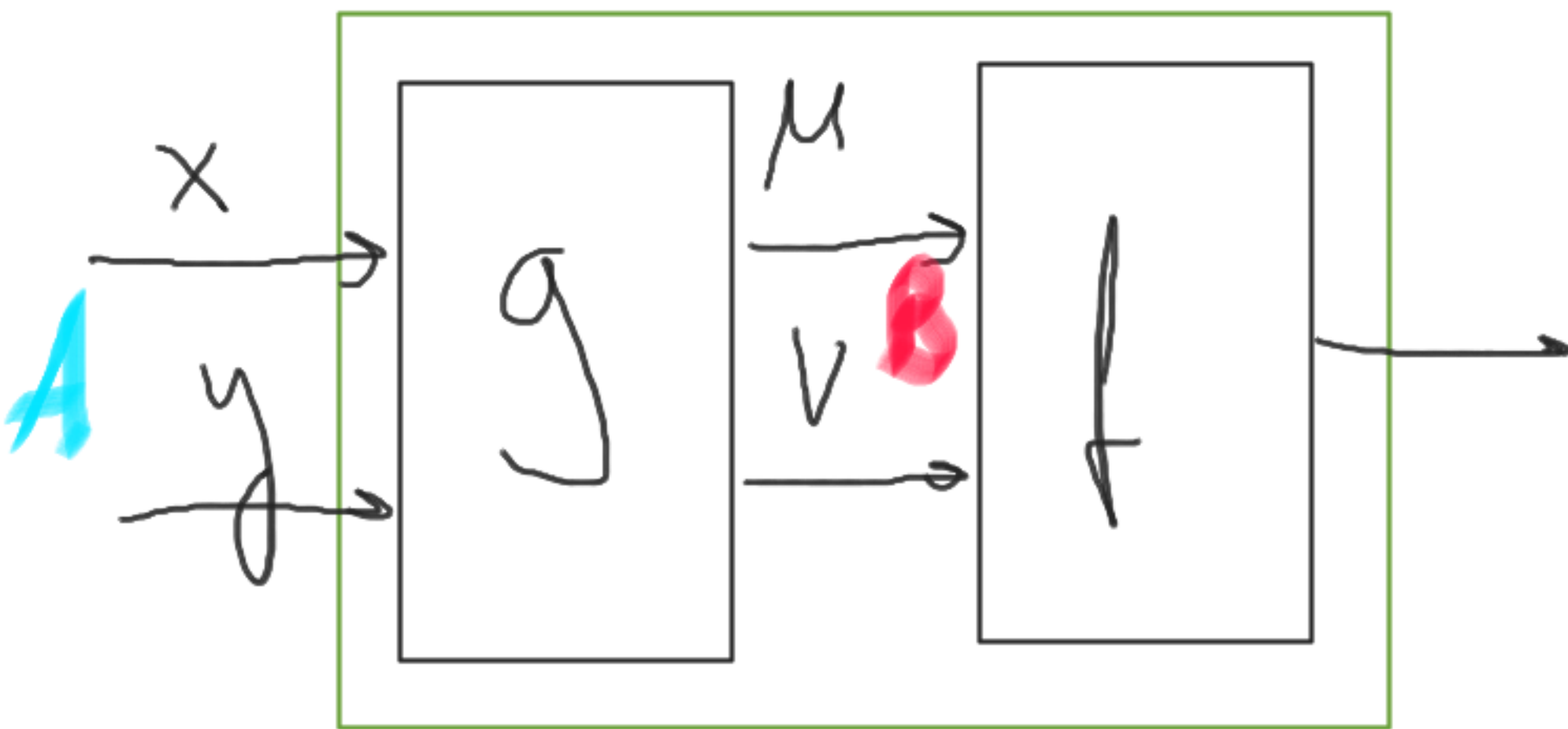
$$\sim \lambda - 48 \left(\frac{1}{24} \right) + 1 = 3$$

$$\sim \lambda - 2 \left(\frac{1}{24} \right) + 3 = \frac{10}{3}$$

$$\boxed{(0, 3, 10/3)}$$

$$(0, 3, 10/3)$$

Sean $\vec{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ y $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciables todo punto. Sean $A \in \mathbb{R}^2$ y $B = \vec{g}(A)$. Sabiendo que si $h = f \circ \vec{g}$, entonces $\nabla h(A) = (6, 11)$, que $\vec{g}'_x(A) = (0, 2)$ y que $\vec{g}'_y(A) = (-1, 4)$, entonces puede afirmarse que $\nabla f(B)$ es:



Regla de la cadena

$$\nabla h(A) = \nabla f(B) \cdot Dg(A)$$

$$\underbrace{(6, 11)}_{1 \times 2} = \underbrace{\begin{pmatrix} u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{pmatrix}}_{2 \times 2} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}}_{2 \times 2}$$

$$g(x, y) = (u(x, y), v(x, y)) \quad Dg = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$$

$$(6, 11) = (u, v) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(6, 11) = (v, -(u + 4v))$$

$$\vec{v}(B) = (1, 3)$$

$$2v = 6 \quad (v = 3)$$

$$-(u + 4v) = 11$$

$$-(u + 12) = 11$$

$$(u = 1)$$

La respuesta correcta es:

(1, 3).

Sea $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } xy = 0 \\ 0 & \text{si } xy \neq 0 \end{cases}$ α $\rightarrow \lambda = 0$ \vee $\gamma = 0$

Sean A, B, C los conjunto de puntos tales que, respectivamente, f es continua, existen ambas derivadas parciales de f , existe al menos una derivada parcial de f .

Entonces se puede concluir que:

A) $(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \neq 0 \wedge y \neq 0$
 $\hookrightarrow A = B$

B) $B = B \cup \{(0, 0)\}$

Arco conexo

La respuesta correcta es:

B es arco-conexo y $A \cap C = A$.

C) \mathbb{R}^2

$A \cap C = B \cap C = B = A$

