Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{2x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$. Entonces puede afirmarse que:

La respuesta correcta es:

f es diferenciable en $(0,0)$.

Probar que f es diferenciable

(6) **Definición.** Sean $f: A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, A abierto y $\mathbf{x}_0 \in A$. Decimos que f es *diferenciable* en $\mathbf{x}_0$ si existen números a y b tales que

$$\lim_{\mathbf{x}\to\mathbf{x}_0} \frac{f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}_0) - a(x-x_0) - b(y-y_0)}{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\|} = 0 .$$

(7) **Proposición.** Si $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable en $\mathbf{x}_0$, entonces existen las derivadas parciales de f en $\mathbf{x}_0$ y $a = f_x(\mathbf{x}_0)$, $b = f_y(\mathbf{x}_0)$. .

Calcular derivadas parciales por definicion

$$f_x(0,0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h,0) - f(0,0)}{h} =$$

$$= \frac{0-0}{h} = \frac{0}{\to 0} = \boxed{0}$$

$$f_y(0,0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0,0+h) - f(0,0)}{h}$$

$$= \frac{0-0}{h} = \frac{0}{\to 0} = \boxed{0}$$

Cuentas auxiliares

$$\begin{cases} \frac{x^2y^2}{2x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$f(0,0) = 0$$

$$f(h,0) = \frac{0}{h^2} = \boxed{0}$$

$$f(0,h) = \frac{0}{h} = 0$$

$$\lim_{\mathbf{x}\to\mathbf{x}_0} \frac{f(\mathbf{x}) - \cancel{f(\mathbf{x}_0)} - a(x - \cancel{x_0}) - b(\cancel{y} - y_0)}{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0\|} = 0\,.$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^2}{2x^2+y^2} : \sqrt{x^2+y^2} = 0$$

Result

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2\,y^2}{\sqrt{x^2+y^2}\,(2\,x^2+y^2)} = 0$$

La respuesta correcta es:

f es diferenciable en $(0,0)$.

$a = 0,\ b = 0$

$f(0,0) = 0$

$\|\mathbf{x}-(0,0)\| = \|(x,y)\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Al estudiar la función $f(x,y) = e^{x^3 - x^2 y + y}$ se puede afirmar que:

Paso 1: hallar puntos críticos // fx=0 ^ fy=0

$f_x = \underbrace{(3x^2 - 2xy)}\, e^{(\cdots)} = 0 \quad \wedge \quad f_y = \underbrace{(-x^2 + 1)}\, e^{(\cdots)} = 0$

$3x^2 - 2xy = 0 \quad \wedge \quad -x^2 + 1 = 0$

$P_1 \quad x = -1, \quad y = -\frac{3}{2}$

$P_2 \quad x = 1, \quad y = \frac{3}{2}$

Paso 2: aplicar criterio de ,matriz hessiana

$$|H| = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{vmatrix}$$

		$\lvert H\rvert > 0$	$\lvert H\rvert < 0$	$\lvert H\rvert = 0$
f_{xx}	>0	Minimo	Pto silla	NA
	<0	Maximo	Pto silla	NA
	$=0$	Pto silla	Pto silla	NA

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(e^{3x^2-yx^2+y}\right) = 2(y-3)\,e^{y-x^2(y-3)}\left(2x^2(y-3)-1\right)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(e^{3x^2-yx^2+y}\right) = \left(1-x^2\right)^2 e^{y-x^2(y-3)}$$

saddle points	$e^{3x^2-yx^2+y}$

Results

$e^{3x^2-yx^2+y} = e^3$ at $(x, y) = (-1, 3)$

$e^{3x^2-yx^2+y} = e^3$ at $(x, y) = (1, 3)$

La respuesta correcta es:

Tiene dos puntos silla.