

1) Sea $S_a \subseteq \mathbb{R}^{2 \times 2}$ el subespacio definido por $S_a = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} a-3 & -2 \\ -2 & a-5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a-7 & a-5 \\ 0 & a-7 \end{bmatrix} \right\}$, con $a \in \mathbb{R}$.

Seleccione una:

- ☐ a. $\dim(S_a) = 3$ si y solamente si $a \notin \{3, 5\}$.
- ☐ b. $\dim(S_a) = 3$ si y solamente si $a \notin \{5, 7\}$.
- ☐ c. $\dim(S_a) = 3$ si y solamente si $a \notin \{2, 5\}$.
- ☐ d. $\dim(S_a) = 3$ si y solamente si $a \notin \{2, 7\}$.

Para este problema alcanza con hallar $a \in \mathbb{R}$:

$\left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} a-3 & -2 \\ -2 & a-5 \end{pmatrix}}_{M_1}, \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{M_2}, \underbrace{\begin{pmatrix} a-7 & a-5 \\ 0 & a-7 \end{pmatrix}}_{M_3} \right\}$ es un conjunto li. $\Leftrightarrow \{ [M_1]^E, [M_2]^E, [M_3]^E \}$ es li en $\mathbb{R}^4$
en $\mathbb{R}^{2 \times 2}$

con $E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

Así $\left\{ \begin{pmatrix} a-3 \\ -2 \\ -2 \\ a-5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a-7 \\ a-5 \\ 0 \\ a-7 \end{pmatrix} \right\}$ es li en $\mathbb{R}^4 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a-3 & 0 & a-7 \\ -2 & 1 & a-5 \\ -2 & 1 & 0 \\ a-5 & 1 & a-7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
admite sólo la solución trivial ($\alpha = \beta = \gamma = 0$) $\rightarrow$

Escalonando adecuadamente la matriz de los coeficientes:

$$\begin{pmatrix} a-3 & 0 & a-7 \\ -2 & 1 & a-5 \\ -2 & 1 & 0 \\ a-5 & 1 & a-7 \end{pmatrix} \text{ se llega a que } a \notin \{3, 5\}$$

2)

Sean $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ y $B \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ dos matrices tales que $AB = \begin{bmatrix} 10 & -10 & -5 & 5 \\ 11 & -11 & -4 & 7 \\ 11 & -11 & -5 & 6 \end{bmatrix}$,

donde $\text{rango}(A) = 3$, y B satisface que

$$B \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

$$B \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 \end{bmatrix}^T.$$

El conjunto solución de la ecuación $Bx = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \end{bmatrix}^T$ es ...

Seleccione una:

☐ a. $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}.$

☐ b. $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}.$

☐ c. $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}.$

☐ d. $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} + a \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}.$

observaciones:

a) $B \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ $B \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\text{rg}(AB) = 2 \Rightarrow \dim \text{Nul}(AB) = 2$

c) $\text{Nul}(B) \subset \text{Nul}(AB)$ siempre que el producto sea posible

d) En este caso se cumple además $\text{Nul}(AB) \subset \text{Nul}(B)$ ya que

$$x \in \text{Nul}(AB) \Rightarrow ABx = 0$$

$$\text{como } \exists A^{-1} \quad A^{-1}(ABx) = A^{-1} \cdot 0$$

$$\Rightarrow Bx = 0 \Rightarrow x \in \text{Nul}(B)$$

$$\therefore \text{Nul}(B) = \text{Nul}(AB)$$

e) El conjunto solución de $Bx = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ se encuentra en los $x = \underline{x_p} + x_h$ $x_h \in \text{Nul}(B)$ solo resta calcular entonces x_p para llegar a la Rta (d) //

3)

Sean U y S los subespacios de $\mathbb{R}_3[x]$ definidos por

$$U = \{p \in \mathbb{R}_3[x] : p'(2) = 0\} \text{ y } S = \text{gen} \{1 - 4x + x^2, 2 - 12x + x^3\}.$$

Un subespacio T de $\mathbb{R}_3[x]$ tal que $S \oplus T = U$ es ...

Seleccione una:

- ☐ a. $T = \text{gen} \{5 + 3x^2 + x^3\}.$
- ☐ b. $T = \text{gen} \{1 + 3x^2 - x^3\}.$
- ☐ c. $T = \text{gen} \{-3x^2 + x^3\}.$
- ☐ d. $T = \text{gen} \{3x^2 + x^3\}.$

Obs :

a) $\dim(U) = 3$

b) $\dim(S) = 2$

c) $S \subset U \wedge T \subset U$ (caso contrario $\nexists T$)

d) De lo anterior se deduce que $\dim(T) = 1$

$T = \text{gen} \{v\} \quad v \neq 0 \Rightarrow$ debe ocurrir que
 $\{1 - 4x + x^2, 2 - 12x + x^3, v\}$ sea un conjunto li y esto ocurre en el
 caso (c)

Obs : Hay en este caso dos opciones que pueden descartarse por que No se cumple que $T \subset U$ (verificar)

4)

Sea $T \in \mathcal{L}(\mathbb{R}_2[x], \mathbb{R}^3)$ y sea $[T]_B^C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ la matriz de T con respecto a las bases

$$B = \left\{ \frac{1}{2}(x-1)(x-2), -x(x-2), \frac{1}{2}x(x-1) \right\} \text{ de } \mathbb{R}_2[x] \text{ y } C = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right\} \text{ de } \mathbb{R}^3.$$

Si $\mathbb{S} = \text{gen}\{1-x, 1+x\}$, entonces ...

Seleccione una:

☐ a. $T(\mathbb{S}) = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} -3 \\ 10 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -6 \\ 11 \\ 10 \end{bmatrix} \right\}$.

☐ b. $T(\mathbb{S}) = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 7 \\ 12 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 14 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

☐ c. $T(\mathbb{S}) = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 14 \end{bmatrix} \right\}$.

☐ d. $T(\mathbb{S}) = \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 11 \\ 18 \\ 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 15 \\ 23 \\ 13 \end{bmatrix} \right\}$.

a) se puede expresar algún vector de $\mathbb{R}^3$ en la base C

d) $\left[\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right]^C = \left(-x + y - z \quad \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}z \quad \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}z \right)^T$

donde $[1-x]^B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $[1+x]^B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow$

Obs

a) $[T]_B^C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ tiene por columnas a las coordenadas de los transformados de los vectores de la base B en base C

por ej:

$$T\left(\frac{1}{2}(x-1)(x-2)\right) = 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b) Para esa base B particular se cumple que $[p]^B = \begin{pmatrix} p(0) \\ p(1) \\ p(2) \end{pmatrix}$ (ver ej de la práctica) para cualquier polinomio

Usando

$$[T]_B^C [p]^B = [T(p)]^C$$

resulta que

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} = [T(1-x)]^C$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 7 \\ 12 \end{pmatrix} = [T(1+x)]^C$$

$$\therefore T(1-x) = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + (-2) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$T(1+x) = (-8) \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 7 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 12 \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ 41 \\ 23 \end{pmatrix}$$

$$Rta(d) \quad \underline{Obs} : \begin{pmatrix} 11 \\ 18 \\ 10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 \\ 23 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 18 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 23 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ 41 \\ 23 \end{pmatrix}$$

5)

Sea $T: \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$ la proyección de $\mathbb{R}_2[x]$ sobre el subespacio $\text{gen}\{1-2x, 1+x^2\}$ en la dirección del subespacio $\text{gen}\{x-x^2\}$. La matriz de T con respecto a la base canónica $\{1, x, x^2\}$ es ...

Seleccione una:

☐ a. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & -4 \\ -4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

☐ b. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

☐ c. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$.

☐ d. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$.

Obs: Recordar que si llamamos $S_1 = \text{gen}\{1-2x, 1+x^2\}$ y $S_2 = \text{gen}\{x-x^2\}$ la proyección de $\mathbb{R}_2[x]$ sobre S_1 en la dirección de S_2

se define como $T(v) = v$ $v \in S_1$ y $T(v) = 0$ si $v \in S_2$ (*)

Además si tomamos como base de $\mathbb{R}_2[x]$ una $B = \{p_1, p_2, p_3\}$ con $p_1 \in S_1$, $p_2 \in S_1$, $p_3 \in S_2 \Rightarrow$



$\Rightarrow [T]_B^B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \therefore T \text{ no es invertible (Hay dos respuestas que se pueden descartar)}$

En este caso $B = \{1-2x, 1+x^2, x-x^2\}$ y usando matrices de cambio de base

$$\text{es } [T]_E^E = C_B^E [T]_B^B \cdot C_E^B$$

con C_B^E la matriz de cambio de base de B a E (canónica de $\mathbb{R}_2[x]$)

$$C_B^E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C_E^B = (C_B^E)^{-1}$$

Para llegar a la respuesta (b)

Obs: También se podrían tomar las matrices dadas y "pegar" en cuál de ellas se cumple la definición (*)

6) Sea $y \in C^\infty(\mathbb{R})$ tal que $y'' - y' - 6y = 0$.

Seleccione una:

- ☐ a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \iff [y(0) \ y'(0)]^T \in \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}^T \right\}.$
- ☐ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \iff [y(0) \ y'(0)]^T \in \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -5 \end{bmatrix}^T \right\}.$
- ☐ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \iff [y(0) \ y'(0)]^T \in \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -7 \end{bmatrix}^T \right\}.$
- ☐ d. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \iff [y(0) \ y'(0)]^T \in \text{gen} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -3 \end{bmatrix}^T \right\}.$

Obs:

$$y'' - y' - 6y = 0$$

$$\underbrace{(D^2 - D - 6I)}_{\Downarrow} (y) = 0$$

$$(D - 3I)(D + 2I)(y) = 0$$

$\Downarrow$

$$\text{Nu}(D^2 - D - 6I) = \text{gen} \{ e^{3x}, e^{-2x} \}$$

$$\therefore y_6(x) = Ae^{3x} + Be^{-2x}$$

$$y'(x) = 3Ae^{3x} - 2Be^{-2x}$$

$$y(0) = A + B$$

$$y'(0) = 3A - 2B$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0 \Rightarrow A = 0 \quad \left(\lim_{x \rightarrow \infty} e^{3x} = \infty \right) \wedge \left(y(0) \ y'(0) \right)^T = \underbrace{(B \ -2B)^T}_{\text{Para (a)}} = B(1 \ -2)^T \quad \forall B \in \mathbb{R}$$

7) Sea $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un $\mathbb{R}$ -espacio euclídeo de dimensión 3, y sea $\{v_1, v_2, v_3\}$ una base ortonormal de V .
La distancia del vector $2v_1 + 5v_2$ al subespacio $\text{gen}\{3v_1 + 2v_3, 3v_2 + v_3\}$ es ...

Seleccione una:

- ☐ a. $\frac{11\sqrt{14}}{14}$.
- ☐ b. $\frac{\sqrt{14}}{14}$.
- ☐ c. $\frac{9\sqrt{14}}{14}$.
- ☐ d. $\frac{13\sqrt{14}}{14}$.

Sol: a) $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ es una BON de $V \Rightarrow G^B = \text{Id} \wedge \langle v, w \rangle = ([w]^B)^T [v]_B$

b) $d(2v_1 + 5v_2, S) = \|2v_1 + 5v_2 - P_S(2v_1 + 5v_2)\| = \|P_{S^\perp}(2v_1 + 5v_2)\|$

c) $\dim(S) = 2$, $S \oplus S^\perp = V \therefore \dim(S^\perp) = 1$

d) Para buscar $S^\perp$: $u \in S^\perp \Leftrightarrow [u]^B \perp \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge [u]^B \perp \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\therefore S^\perp = \text{gen}\{2v_1 + v_2 - 3v_3\}$

e) $P_{S^\perp}(2v_1 + 5v_2) = \frac{\langle 2v_1 + 5v_2, 2v_1 + v_2 - 3v_3 \rangle}{\|2v_1 + v_2 - 3v_3\|^2} (2v_1 + v_2 - 3v_3) = \frac{9}{14} (2v_1 + v_2 - 3v_3) \rightarrow$

$$y \quad \| p_s + (2v_1 + 5v_2) \|^2 = \left\langle \frac{9}{14} (2v_1 + v_2 - 3v_3), \frac{9}{14} (2v_1 + v_2 - 3v_3) \right\rangle$$

$$= \left(\frac{9}{14} \right)^2 \| 2v_1 + v_2 - 3v_3 \|^2 = \left(\frac{9}{14} \right)^2 \cdot 14$$

$$y \quad \| p_s + (2v_1 + 5v_2) \| = \frac{9}{14} \cdot \sqrt{14} \quad \text{RTU (C)}$$

8)

De acuerdo con la técnica de mínimos cuadrados, la recta que mejor ajusta los siguientes datos

x	-1	0	1	2	3
y	1	3	7	10	13

es ...

Seleccione una:

- ☐ a. $y = \frac{1}{10}(41 + 33x)$.
- ☐ b. $y = \frac{1}{10}(42 + 30x)$.
- ☐ c. $y = \frac{1}{10}(37 + 31x)$.
- ☐ d. $y = \frac{1}{10}(41 + 29x)$.

obs

$$y = mx + p \quad \text{recta de ajuste}$$

$$\begin{cases} 1 = -m + p \\ 3 = p \\ 7 = m + p \\ 10 = 2m + p \\ 13 = 3m + p \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Este} \\ \text{sistema} \\ \text{es} \\ \text{incompatible} \end{array}$$

$$\text{con } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix}$$

La solución por CM que mejor ajusta a los datos sale de

$$A^T A \begin{pmatrix} m \\ p \end{pmatrix} = A^T b \Rightarrow \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 65 \\ 34 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} m = \frac{31}{10} \\ p = \frac{27}{10} \end{array}$$

2ta (c)

9) En $\mathbb{R}^3$ con el producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ definido por

$$\langle x, y \rangle = y^T \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x,$$

se considera la funcional lineal $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$\phi(x) = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3.$$

El único vector $v \in \mathbb{R}^3$ tal que $\phi(x) = \langle x, v \rangle$ para todo $x \in \mathbb{R}^3$ es ...

Seleccione una:

- ☐ a. $v = [-1 \ 5 \ -2]^T$.
- ☐ b. $v = [-4 \ 3 \ 4]^T$.
- ☐ c. $v = [-3 \ 5 \ 1]^T$.
- ☐ d. $v = [1 \ 2 \ -1]^T$.

Obs:

$$\text{llamando } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{y } v = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \text{ escribimos}$$

$$\langle x, v \rangle = (a \ b \ c) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \phi(x) = \langle x, v \rangle \quad \forall x \in \mathbb{R}^3$$

llenar al sistema (*)

$$\begin{aligned} (*) \quad & (3x_1 + 2x_2 + x_3)a + (2x_1 + 2x_2 + x_3)b + (x_1 + x_2 + x_3)c = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ \Rightarrow & (3a + 2b + c)x_1 + (2a + 2b + c)x_2 + (a + b + c)x_3 = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ \Rightarrow & \begin{cases} 3a + 2b + c = 2 \\ 2a + 2b + c = 5 \\ a + b + c = 3 \end{cases} \Rightarrow v = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Rta (c)} \end{aligned}$$

